МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ МЕСТОРАСПОЛОЖЕНИЯ КОНТРОЛЛЕРА НА ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМОЙ СЕТИ

С.А. Шинкарев, *к.т.н., доцент, Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, se_men82@mail.ru;*
Н.В. Евглевская, *к.т.н., Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, n.evglevskaya@gmail.com;*
П.Н. Антонов, *Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, maloy-ozr@mail.ru.a;*
Т.Р. Магдеев, *Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, timazel@mail.ru.*

УДК 004.716

Аннотация. В связи с ростом объема трафика традиционный подход к построению сетей перестал удовлетворять стремительно растущим требованиям бизнеса к сетевым средам. В статье предложена методика и алгоритм нахождения оптимального месторасположения контроллера на заданной сети связи.
Ключевые слова: программно-конфигурируемая сеть; алгоритм; граф; функция; вершина.

METHODS OF CONTROLLER POSITION-FINDING ON A SOFTWARE-DEFINED NETWORKING

Semen Shinkarev, *candidate of Engineering, assistant professor, The Military Academy of Telecommunications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny;*
Natalya Evglevskaya, *candidate of Engineering, The Military Academy of Telecommunications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny;*
Pavel Antonov, *The Military Academy of Telecommunications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny;*
Timur Magdeev, *The Military Academy of Telecommunications named after Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny.*

Annotation. Due to traffic volume growth, the traditional approach of network design has ceased to meet the rapidly growing requirements of business for network environments. The article proposes a methods and algorithm for optimal controller position-finding on a given communication network.
Keywords*:* software-defined networking; algorithm; graph; function; node.

Введение

Математическая структура задачи размещения обуславливается конфигурацией области допустимых точек и методом оценки качества размещения. В данной статье ограничимся рассмотрением только таких задач размещения, в которых областью допустимых точек размещения центров обслуживания является некоторый граф, т.е. эти центры могут располагаться в какой-либо вершине или на какой-либо дуге графа [1-3].

Методика выбора места для размещения контроллера

Для начала дадим некоторые определения, необходимые для описания точек на дугах и различных расстояний в графе.

Множество вершин в графе G содержит вершины с номерами от 1 до n. Рассмотрим произвольную дугу (i, j), длина которой равна $a(i, j) > 0$. Пусть f

обозначает точку на дуге (i, j), которая для всех $0 \leq f \leq 1$ отстоит на $fa(i, j)$ единиц от вершины i и на $(1 - f)a(i, j)$ единиц от вершины j. Назовем ее f-точкой. Таким образом, четверть-точкой дуги (i, j) является точка, отстоящая от вершины i на 1/4 длины дуги (i, j).

Ноль-точка дуги (i, j) является вершиной i, а единичная точка дуги (i, j) – вершиной j. Следовательно, вершины графа могут рассматриваться как точки дуг. Точки дуг, которые не являются вершинами, называются внутренними точками. Любая точка дуги является либо внутренней точкой, либо вершиной. Обозначим через X множество вершин графа, а через P – множество всех точек. Таким образом, $P - X$ является множеством всех внутренних точек.

Пусть $l(i, j)$ обозначает длину кратчайшего пути из вершины i в вершину j. Тогда через L обозначается матрица, размером n x n, в которой элементом (i, j) является $l(i, j)$, эти, элементы называются расстояниями вершина-вершина. Для вычисления элементов матрицы L может быть использован алгоритм Флойда или алгоритм Данцига. Пусть через $l(f - (r, s), j)$ обозначена длина кратчайшего пути от f-точки на дуге (r, s) до вершины j, данная величина называется расстоянием точка-вершина. Если дуга (r, s) неориентированная, т.е., допустим ее обход в обоих направлениях, то в качестве $l(f - (r, s), j)$ должно быть выбрано наименьшее из следующих двух расстояний:

1. Расстояние от точки до вершины r плюс расстояние от вершины r до вершины j.

2. Расстояние от f-точки до вершины s плюс расстояние от вершины s до вершины j.

Таким образом:

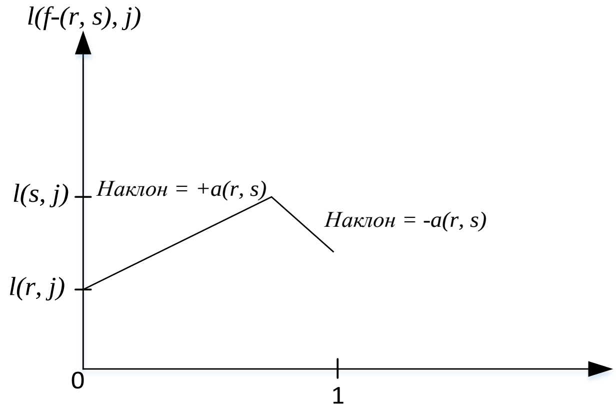
$$l(f - (r, s), j) = min\{fa(r, s) + l(r, j), (1 - f)a(i, j) + l(s, j)\}. \quad (1)$$

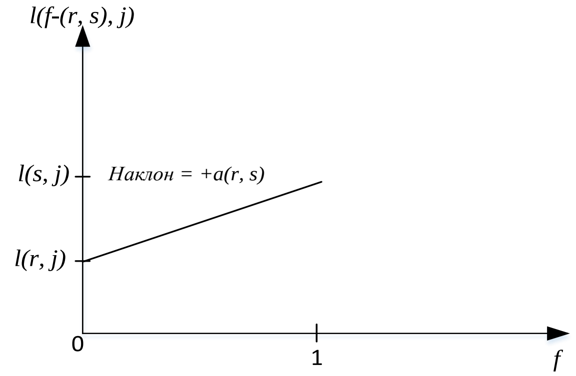
Если дуга (r, s) ориентированная, т. е. ее обход допустим только из r в s, то первый член в формуле (1) может быть исключен.

Тогда получаем:

$$l(f - (r, s), j) = (1 - f)a(i, j) + l(s, j). \quad (2)$$

Для заданной дуги (r, s) и вершины j расстояние точка-вершина, как функция от f, на графике должна иметь один из трех типов зависимостей, показанных на рис. 1, где представлены графики функций, характеризующих расстояние точка-вершина. Отметим, что угол наклона этой кусочно-линейной кривой равен $+a(r, s)$ или $–a(r, s)$ и его величина может измениться не более одного раза от $+a(r, s)$ до $–a(r, s)$.





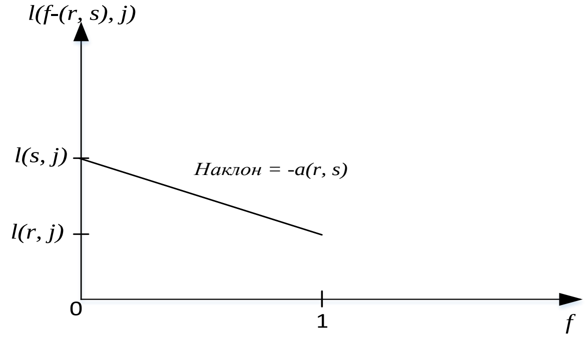


Рисунок 1

Рассмотрим наименьшее расстояние от вершины j до каждой точки на дуге (r, s). Для некоторой точки на дуге (r, s) это расстояние принимает максимальное значение. Это расстояние обозначается через $l`(j, (r, s))$ и называется расстоянием вершина-дуга. Если дуга (r, s) неориентированная, то имеются два маршрута движения из вершины j в f-точку на дуге (r, s): через вершину r или вершину s. Выбирается кратчайший путь из этих двух маршрутов. Если эти два маршрута из вершины j в f-точку на дуге (r, s) имеют различную протяженность, то некоторые точки, соседние с f-точкой на дуге (r, s), находятся еще дальше от вершины j. Например, на рис. 2, где приведен пример графа четверть-точка на дуге (3, 4), f-точка отдалена от вершины 6 на 1,25 единицы, если двигаться через вершину 3, и на 2,75 единицы, если двигаться через вершину 4. Если f возрастает с 0,25 до 0,26, то наименьшее расстояние от вершины 2 до значения 0,26 на дуге (3, 4) равно min{1,26; 2; 74} = 1,26.

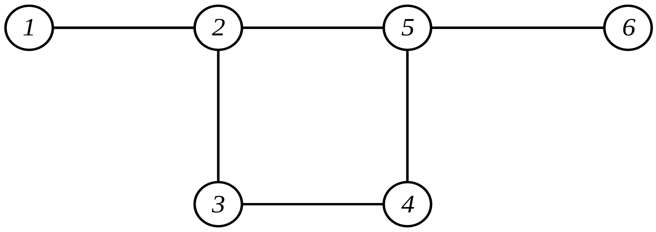


Рисунок 2

Поэтому два расстояния от вершины j до некоторой точки на дуге равны между собой, если эта точка является наиболее удаленной от вершины j.

Следует заметить, что сумма этих расстояний всегда равна:

$$l(j, r) + fa(r, s) + l(j, s) + (1 - f)a(r, s) = l(j, r) + l(j, s) + a(r, s).$$

Следовательно:

$$l`(j,(r,s)) = \frac{l(j,r)+l(j,s)+a(r,s)}{2}. \quad (3)$$

С другой стороны, если дуга (r, s) ориентированная, то некоторая точка на дуге (r, s) может быть достигнута только через вершину r. Таким образом, наиболее удаленной от любой вершины графа точкой на дуге (r, s) является точка, которая находится ближе всего к вершине s. В таком случае:

$$l`(j,(r,s)) = d(j,r) + a(r,s). \quad (4)$$

Пусть в графе имеется m дуг. Обозначим через $L`$ матрицу размерности $n*m$, у которой элемент, стоящий на пересечении $i$-й строки и $k$-столбца, является расстоянием вершина-дуга от $j$-й вершины до $k$-й дуги. При этом значения элементов матрицы $L`$ вычисляются с помощью равенств (3) и (4) при известных расстояниях вершина-вершина, задаваемых матрицей $L`$, и длинах дуг графа.

Пусть $l(f-(r,s),(t,u))$ обозначает максимальное расстояние от f-точки на дуге (r, s) до точек на дуге (t, u). Такое расстояние называется расстоянием точка-дуга.

Если дуга (r, s) неориентированная и если $(r,s) \neq (t,u)$, то маршрут от f-точки на дуге (r, s) до наиболее отдаленной точки на дуге (t, u) должен проходить либо через вершину r, либо через вершину s. Отсюда следует:

$$l(f-(r,s),(t,u)) = min\{fa(r,s) + l`(r,(t,u)), (1-f)a(r,s) + l`(s,(t,u))\}. \quad (5)$$

Если же дуга (r, s) ориентированная и $(r,s) \neq (t,u)$, то первый член в формуле (5) может быть исключен. Тогда получаем равенство:

$$l(f-(r,s),(t,u)) = (1-f)a(r,s) + l`(s,(t,u)). \quad (6)$$

Если $(r,s) = (t,u)$ ориентированная, то наиболее удаленная точка на дуге (r, s) от f-точки на (r, s) является g-точкой, где g стремится к f со стороны значений, меньших, чем f. В этом случае:

$$l(f-(r,s),(r,s)) = 1 - fa(r,s) + l(s,r). \quad (7)$$

Если же $(r,s) = (t,u)$ и дуга (r, s) неориентированная, то максимальное расстояние от f-точки на дуге (r, s) до g-точки на дуге (r, s), в случае, когда $g < f$, не превышает:

$$A \equiv min\{fa(r,s), ½[a(r,s) + l(s,r)]\}. \quad (8)$$

Первый член в выражении (8) равен длине маршрута от f-точки до g-точки в пределах дуги (r, s), второй член равен длине маршрута от f-точки на дуге (r, s) до g-точки на дуге (r, s), проходящего через вершину s.

Аналогично, в случае, когда $g > f$, максимальное расстояние от f-точки на дуге (r, s) до g-точки на дуге (r, s) не превышает (r, s):

$$B \equiv min\{(1-f)a(r,s), ½[a(r,s) + l(r,s)]\}. \quad (9)$$

Первый член в выражении (9) для B равен длине маршрута от f-точки до g-точки в пределах дуги (r, s), а второй член равен длине маршрута от f-точки на дуге (r, s) до g-точки на дуге (r, s), который проходит через вершину r.

Следовательно, если дуга (r, s) неориентированная, то $l`(f - (r, s), (r, s)) = max\{A, B\}$, что равнозначно:

$$l`(f - (r,s),(r,s)) = max\begin{cases} min\{fa(r,s),\ ½[a(r,s) + l(s,r)]\}, \\ min\{(1 - f)a(r,s), ½[a(r,s) + l(r,s)]\}. \end{cases} \quad (10)$$

Если изобразить расстояние $l`(f - (r, s), (t, u))$ точка-дуга как функцию $f$ для всех $(r, s) \neq (t, u)$, то соответствующая кривая на графике будет иметь такой же вид, что и кривая расстояний точка-вершина, показанная на рис. 3 в виде графика функции, характеризующей расстояние точка-дуга $l`(f - (r, s), (t, u)$, потому что уравнения (5) и (6) имеют соответственно тот же вид, что и уравнения (1) и (2). Отличаться они будут только постоянными величинами. С другой стороны, если $l`(f - (r, s), (r, s))$ для любой неориентированной дуги (r, s) представить как функцию от f, то кривая функции будет иметь вид, представленный на рис. 3. Это следует из уравнения (10).

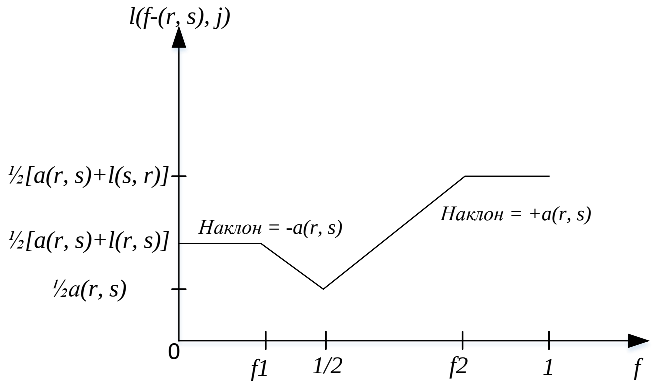


Рисунок 3

Таким образом, представленные определения можно записать в форме табл. 1.

Таблица 1.

Обозначение	Наименование	Способ определения
$a(i, j)$	Длина дуги	Задана
$l(i, j)$	Расстояние вершина-вершина	Алгоритм Флойда или Данцига
$l`(f - (r, s), j)$	Расстояние точка-вершина	Уравнения (1), (2)
$l`(f - (r, s)$	Расстояние вершина-дуга	Уравнения (3), (4)
$l`(f - (r, s), (t, u))$	Расстояние дуга-дуга	Уравнения (5), (6), (7), (10)

Пусть:

$$\text{МВВ}(i) = max\{l(i, j)\} \quad (11)$$

– максимальное расстояние от вершины i до вершин графа, т.е. расстояние от вершины i до наиболее отдаленной вершины графа. Тогда:

$$\text{СВВ}(i) = \sum_j l(i,j) \quad (12)$$

– сумма расстояний от вершины i до всех вершин графа.

Пусть:

$$\text{МТВ}(j - (r, s)) = max\{l(f - (r, s), j)\} \quad (13)$$

– максимальное расстояние от f-точки на дуге (r, s) до вершин графа, т.е. расстояние от f-точки на дуге (r, s) до наиболее отдаленной вершины графа.

Тогда:

$$\text{СТВ}(j - (r, s)) = \sum_j l(f - (r, s), f) \quad (14)$$

– сумма расстояний от f-точки на дуге (r, s) до всех вершин графа.

Введя определения этих расстояний, их максимумов и сумм, мы готовы к тому, чтобы дать строгие определения для рассматриваемых далее различных типов размещений.

1. Центром графа G является любая вершина x этого графа, такая, что:

$$\text{МВВ}(x) = min\{\text{МВВ}(i)\}. \quad (15)$$

Таким образом, центр – это любая вершина, от которой расстояние до наиболее удаленной от нее вершины минимально.

2. Главным центром графа G является любая вершина x этого графа, такая, что:

$$\text{МВД}\ (x) = min\{\text{МВД}(i)\}, \quad (16)$$

т.е. главный центр – это любая вершина, расстояние от которой до наиболее удаленной точки на дугах графа минимально.

3. Абсолютным центром графа G является любая f-точка на произвольной дуге (r, s) этого графа, такая, что:

$$\text{МТВ(f – (r, s)) = min\{МТВ(f - (t, u))\}}, \quad (17)$$

т.е. абсолютный центр – это любая точка на дуге, расстояние от которой до наиболее удаленной вершины графа минимально.

4. Главным абсолютным центром графа G является f-точка на произвольной дуге (r, s) этого графа, такая, что:

$$\text{МТД}(f - (r, s)) = min\{\text{МТД}(f - (t, u))\}. \quad (18)$$

Таким образом, главный абсолютный центр – это любая точка, расстояние от которой до наиболее удаленной точки минимально.

Определения типов размещений (15-18) совершенно аналогичны определениям соответствующих предыдущих типов размещений, за исключением того, что везде оператор максимизации [т.е. МВВ(i), МВД(i), МТВ($f - (i, u)$), МТД($f - (t, u)$)] заменяется оператором суммирования [т.е. СВВ(i), СВД(i), СТВ($f - (i, u)$), СТД($f - (t, u)$)].

Для последующего решения задачи введем следующие понятия [4, 5]:

- Эксцентриситет $e(a_i)$ вершины в связном графе $G(A, B)$ определяется как $max\{l(a_i, a_j)\}$.
- Радиусом графа $r(G)$ называется наименьший из эксцентриситетов вершин.

- Вершина (a_i) – центральная вершина графа, при условии, что $e(a_i) = r(G)$, $a_i \in A$.
- Центр графа – это множество центральных вершин.

Введем множество $N_\lambda^0(a_i) = \{a_i | l_{ij} \leq \lambda, a_i \in A\}$ – множество всех вершин, расстояние до которых от a_i не больше λ. Определим $C_0(a_i) = max(l_{ij})$, $a_i \in A$ для каждой вершины. Пусть λ_0 – наименьшее значение λ такое, что для некоторой вершины a_i: $N_\lambda^0(a_i) = A$, т.е. длина пути от a_i до любой вершины графа не превосходит λ_0. Тогда $C_0(a_i) = \lambda_0$. Вершина a_0^* такая, что $C_0(a_i^*) = min[N_0(a_i)]$, $a_i^* \in A$, называется центром графа $G(A, B)$ [6-8].

Алгоритм поиска. Построим матрицу $L_{n \times n}$ (n – мощность множества A), где $l_{ij} = l(i, j)$ – матрица кратчайших путей. Для построения данной матрицы можно воспользоваться любым из приведенных выше алгоритмов. При расчете максимума в каждой строчке получим массив длины n, где i-й элемент – минимальная длина от i-й вершины до остальных. Найдем наименьший элемент в этом массиве. Вершина, которая соответствует этому элементу, и будет центром графа. Если таких вершин несколько, то все они могут являться центром графа.

Пример нахождения центра взвешенного неориентированного графа

Пусть имеется взвешенный неориентированный граф $G(A, B)$; $A = \overline{1,7}$; $B = \{b_{ij}\}$; $i, j = \overline{1,7}$, представленный на рис. 4.

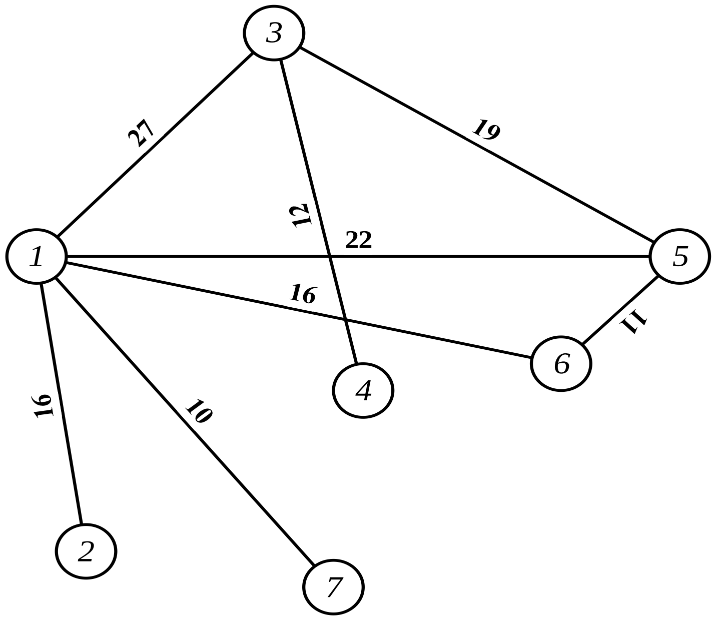


Рисунок 4

Составим матрицу длин кратчайших дуг между каждой парой вершин – L^0. Если дуги между вершинами i и j не существует, элементу $l(i, j)$ матрицы присваивается значение 0.

$$L^0 = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 27 & 0 & 22 & 16 & 10 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 0 & 0 & 12 & 19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 22 & 0 & 19 & 0 & 0 & 11 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

С помощью алгоритма Флойда-Уоршелла получаем матрицу длин кратчайших путей между каждой парой вершин графа [6, 7]:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 27 & 39 & 22 & 16 & 10 \\ 16 & 0 & 43 & 55 & 38 & 32 & 26 \\ 27 & 43 & 0 & 12 & 19 & 30 & 37 \\ 39 & 55 & 12 & 0 & 31 & 42 & 49 \\ 22 & 38 & 19 & 31 & 0 & 11 & 32 \\ 16 & 32 & 30 & 42 & 11 & 0 & 26 \\ 10 & 26 & 37 & 49 & 32 & 26 & 0 \end{pmatrix}.$$

Основываясь на полученной матрице, найдем эксцентриситет для каждой вершины графа: $e(a_i) = max\{l(a_i, a_j)\}$:

$e(a_1) = 39$;
$e(a_2) = 55$;
$e(a_3) = 43$;
$e(a_4) = 55$;
$e(a_5) = 38$;
$e(a_6) = 42$;
$e(a_7) = 49$.

Центром графа является такая вершина A, для которой $e(a_i) = r(G)$, $a_i \in A$. Минимальным значением радиуса обладает вершина 5-$e(a_5) = 38$, следовательно, вершина 5 является центром графа.

Алгоритм размещения пунктов управления с учетом физико-географических условий

Определению узловой основы посвящено достаточно большое количество работ. Решение такой задачи основывается на определении множества узлов A, исходя из выполнения необходимого ресурса сети по качеству каналов. При формировании узловой основы, помимо нахождения количества узлов и выполнения требований по качеству каналов, необходимо решить задачу взаимного размещения узлов в районе [8-10].

Узловая основа представляет собой множество $|A| = N$, где $A = \{a_i\}$, $\{x_i, y_i\}$, $i = \overline{1, N}$ – совокупность узлов связи (УС), а $\{x, y\}$ – географические координаты узлов связи. На момент определения месторасположения контроллера на сети местоположение УС A будет определено. Постановку задачи (формирования узловой основы) можно записать так: $R_V = \sum_{i=1}^{N} a_i \to min$.

В общем виде выполнение требований по качеству можно представить, как задачу образования каналов заданного качества, которая состоит: 1) в определении пути заданного ранга, 2) выбора на сети необходимого маршрута. Ранг канала определяет время задержки цифрового сигнала и допустимую величину фазовых дрожаний. Из теории сетей и систем передачи известно, что для рационального использования энергетики линии, протяженности простых каналов на пути должны быть одинаковыми:

$$l(a_1; a_2) \approx l(a_2; a_5) \approx \ldots \approx l(a_r; a_k) \approx \ldots \approx l(a_g; a_i) \approx \ldots \approx l(a_i; a_j) \approx R_0,$$

где: R_0 – рациональное расстояние между соседними узлами сети.

Рациональное расстояние между соседними узлами сети R_0 определяется, исходя из максимальной протяженности составного канала связи l_{max} и ранга этого канала n, а также исходя из наиболее жестких требований по виду связи, предъявляемых к параметрам цифрового канала (ЦК):

$$R_0 = f(j_{\text{ВХ1}}, j_{\text{ВХ}}^{\text{ТР}}, l_{max}, n). \tag{19}$$

Одно из решений – покрытие территории оперативного района окружностями радиусом $r = R_0/2$, где координаты центра окружности укажут на возможное расположение узла транспортной сети для выполнения необходимых требований по качеству ЦК.

Для выбора варианта покрытия необходимо решить задачу геометрической оптимизации [11], в которой требуется найти эффективность упаковки на плоскости окружностями заданного радиуса.

Рассмотрим задачу упаковки равных кругов радиусом $r = 1/2$ на плоскости таким образом, что каждый круг касается шести других кругов (рис. 5 – Покрытие плоскости окружностями с помощью треугольника). Каждый такой круг можно рассматривать как круг, вписанный в правильный шестиугольник с тем же центром; эти шестиугольники заполняют плоскость. Эффективность Φ_t получается путем сравнения площади правильного треугольника, вершинами которого служат центры трех смежных кругов, с площадями секторов трех кругов, содержащихся внутри треугольника. Эффективность такой упаковки равна:

$$\Phi_t = \frac{3\pi(\frac{1}{2})^2/6}{\sqrt{3}/4} = \frac{\pi}{\sqrt{12}} \approx 0{,}9069.$$

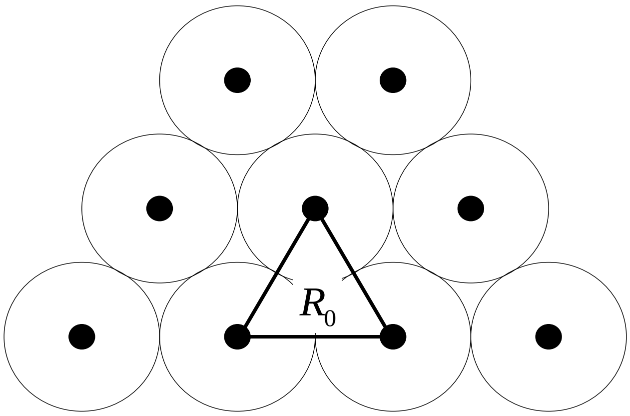


Рисунок 5

Особенностью задачи формирования узловой основы является наличие ограничений, таких как, физико-географические условия района и условия оперативной обстановки на введение учрежденческих телефонных сетей (УТС).

$$\mathfrak{R}: F(a, b),\, g_k(\overline{a}) \leq 0,\, k = \overline{1, h}, \tag{20}$$

где: a и b – ширина и глубина оперативного района, а $g_k(\overline{a}) \leq 0$ – ограничения на введение УТС, определяемые физико-географическими особенностями оперативного района.

Если при первоначальном варианте взаимного размещения УС координаты вводимого узла попали в область ограничений, то данная точка выводится на границу ограничений. Эта задача решается методом проекции градиентов, где целевая функция и ограничения нелинейные [12-15].

Алгоритм формирования узловой основы представлен на рис. 6 в виде блок-схемы алгоритма формирования узловой основы.

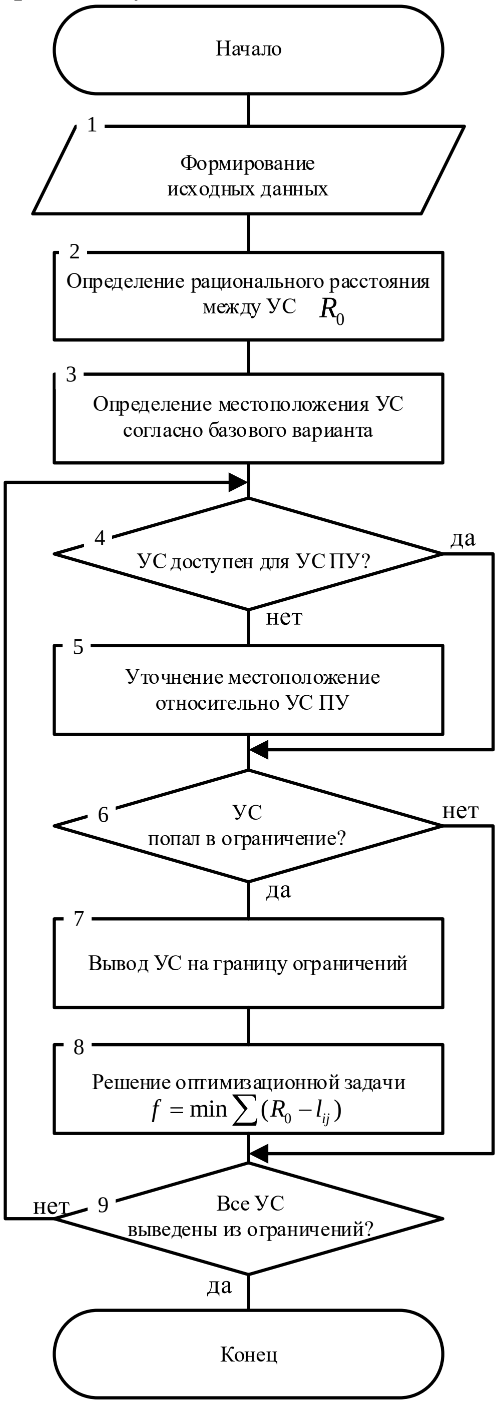


Рисунок 6

Данный алгоритм описан в два этапа. На первом этапе формируется базовое решение (2 и 3 блок алгоритма), решение основано на использовании методов геометрической оптимизации и состоит из покрытия оперативного района кругами радиусом $R_0/2$, где R_0 – рациональное расстояние между УС.

Далее производится оценка варианта по доступности УС пункта управления (ПУ) к УС и ограничениям на введения УС, т.е. выполнение условия – если протяженность линий привязки УС ПУ не позволяет привязаться к УС, то уточняется местоположение. При попадании УС при базовом варианте необходимо найти оптимальное местоположение относительно ограничений. Определение местоположения УС относительно других УС и УС ПУ осуществляется при помощи модифицированного алгоритма Розена (блок 7, 8 алгоритма).

Заключение

Для построения сети связи как программно-конфигурируемой сети, необходимо решение ряда задач, одной из которых является нахождение месторасположения контроллера на сети. В статье рассмотрена методика нахождения оптимального месторасположения контроллера на программно-конфигурируемой сети и алгоритм формирования узловой основы.

Литература

1. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах: Пер. с англ. – М.: Изд-во Мир, 1981. – 323 с.
2. Чунаев П.В., Боченина К.О. Анализ и разработка алгоритмов: учебно-методическое пособие. – СПб.: Изд-во Университет ИТМО, 2020. – 33 с.
3. Попков Г.В., Попков В.К., Величко В.В. Математические основы моделирования сетей связи. Учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во Горячая линия. Телеком, 2014. – 183 с.
4. Татт У. Теория графов: Пер. с англ. – М.: Изд-во Мир, 1988. – 424 с.
5. Берж К. Теория графов и ее применения. Пер. с фр. / Под ред. Вайнштейна И.А. – М.: Изд-во ИЛ, 1962. – 319 с.
6. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: учебник для вузов. – СПб.: Изд-во Лань, 2023. – 476 с.
7. Рыбин С.В. Дискретная математика и информатика: учебник для вузов. – СПб.: Изд-во Лань, 2022. – 748 с.
8. Микони С.В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие. – СПб.: Изд-во Лань, 2022. – 192 с.
9. Горбач А.Н., Муравцов А.А. Совершенствование алгоритма построения узловой основы аналогово-цифровой первичной сети связи объединения // Материалы XXXI военно-научной конференции. – Тверь.: Изд-во ВУПВО, 2002. – С. 56-58.
10. Ясинский С.А. Унифицированные математические модели для анализа и синтеза элементов телекоммуникационных сетей. – СПб.: Изд-во ВАС, 2003. – 183 с.
11. Саати Т. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. – М.: Изд-во Мир, 1973. – 304 с.
12. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – М.: Изд-во Мир, 1982. – 583 с.
13. Яковлев С.В. Теория систем и системный анализ. Учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во Горячая линия. Телеком, 2015. – 320 с.

14. Соловьев Н.А., Чернопрудова Е.Н., Тишина Н.А., Валеев А.Ф. Исследование операций в задачах программной инженерии. Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Лань, 2022. – 164 с.
15. Богданова Е.Л., Соловейчик К.А., Аркина К.Г. Оптимизация в проектном менеджменте: линейное программирование. Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Университет ИТМО, 2017. – 165 с.