

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ЛЧМ СИГНАЛА С НЕПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

*Д.А. Везарко, Московский технический университет связи и информатики, vezarko00@mail.ru;*

*А.С. Чечельницкий, Московский технический университет связи и информатики, mr.vip64@yandex.ru;*

*В.А. Коптев, Московский технический университет связи и информатики, ууу.ххх.98@bk.ru;*

*Б.М. Халматов, Московский технический университет связи и информатики, wotblitzdrd@gmail.com.*

**УДК 621.396.96**

**Аннотация.** Проводится комплексное исследование потенциальных возможностей измерения дальности и частоты доплера для импульсного сигнала с внутриимпульсной частотной линейной модуляцией и непрямоугольной огибающей при неизвестной начальной фазе. С помощью среды моделирования *MatLab* производится вычисление основных параметров, а также построение информативных характеристик сигнала.

**Ключевые слова:** линейная частотная модуляция (ЛЧМ); радиолокация; комплексная огибающая; функция неопределенности (ФН); автокорреляционная функция (АКФ); частотно-корреляционная функция (ЧКФ); задержка; доплеровский сдвиг; точность оценивания; совместное оценивание; неизвестная начальная фаза.

### INVESTIGATION OF A PULSE LFM SIGNAL WITH A NON- RECTANGULAR ENVELOPE

*Daniil Vezarko, Moscow Technical University of Communications and Informatics;*

*Alexei Chechelnitsky, Moscow Technical University of Communications and Informatics;*

*Viktor Koptev, Moscow Technical University of Communications and Informatics;*

*Bogdan Khalmatov, Moscow Technical University of Communications and Informatics.*

**Annotation.** A comprehensive study of the potential capabilities for measuring range and doppler frequency for a pulse signal with intra-pulse linear frequency modulation and a non-rectangular envelope with an unknown initial phase is conducted. Using the *MATLAB* simulation environment, the main parameters are calculated, and informative characteristics of the signal are constructed.

**Keywords:** linear frequency modulation (*LFM*); radar; complex envelope; ambiguity function (*AF*); autocorrelation function (*ACF*); frequency-correlation function (*FCF*); delay; doppler shift; estimation accuracy; joint estimation; unknown initial phase.

### Введение

В настоящее время в радиотехнике, в частности в радиолокации, широкое применение находят сложные сигналы.

В радиолокаторах боевого режима применяются импульсные сигналы с невысокой пиковой мощностью, но большой базой для создания необходимого энергетического потенциала и обеспечения скрытности работы радиолокационной станции [1]. Кроме того, для задачи обнаружения низколетящих малоразмерных летательных аппаратов требуется обеспечение малого импульсного объема

радиолокационной станции, что достигается путем выбора оптимального зондирующего сигнала (ЗС), имеющего хорошую разрешающую способность по дальности и достаточно низкий уровень боковых лепестков функции селекции по дальности [2, 3].

Актуальным в этом плане является использование импульсного ЛЧМ сигнала. Такой сигнал достаточно прост в аппаратной реализации, при этом обладает весьма полезными свойствами: может обеспечить достаточно высокую разрешающую способность по дальности без сокращения длительности зондирующих импульсов. Способен создать высокую среднюю мощность ЗС, а следовательно, большую дальность обнаружения целей.

Обыкновенный ЛЧМ сигнал можно модифицировать, используя амплитудную модуляцию (т.е. синтезировав ЛЧМ сигнал с непрямоугольной огибающей). Такая модификация позволяет улучшить форму ФН, значительно уменьшить уровень боковых лепестков по скорости и дальности.

В литературе широко описаны достоинства ЛЧМ сигнала с гауссовой, огибающей [4, 5]. В работе, однако, огибающая ЛЧМ сигнала задана в виде функции  $\cos^2()$ . Расчет и построение всех графических зависимостей производится по цифровому эквиваленту комплексной огибающей сигнала.

Одним из основных критериев при выборе ЗС является потенциальная точность оценивания ключевых параметров сигнала для задач радиолокации, а именно: доплеровского сдвига и задержки.

Приводятся основные соотношения и графические зависимости среднеквадратического отклонения (СКО) оцениваемого параметра от отношения сигнал/шум (ОСШ) при неизвестной начальной фазе.

### **Математическая модель сигнала и теоретическое описание исследования**

Исследуемые алгоритмы отражают несколько основных шагов, которые будут описаны ниже. Ниже приведена общая последовательность, которая предполагает использование углового алгоритма распознавания:

Исследуемый в работе сигнал задан с помощью комплексной огибающей. Комплексная огибающая является универсальным и однозначным способом описания большого класса сложных сигналов, позволяет описать закон амплитудной и фазовой (частотной) модуляции сигнала. В общем виде комплексная огибающая описывается выражением (1):

$$\dot{x}_0(t) = |\dot{x}_0(t)|e^{j\gamma(t)}, \quad (1)$$

где:  $|\dot{x}_0(t)|$  – модуль комплексной огибающей или тип огибающей, описывает закон амплитудной модуляции сигнала;  $\gamma(t)$  – фаза комплексной огибающей или тип модулирующей функции, описывает закон внутриимпульсной модуляции сигнала.

Модуль комплексной огибающей  $|\dot{x}_0(t)|$  для исследуемого сигнала задан в виде функции (2):

$$|\dot{x}_0(t)| = \cos^2\left(\pi \frac{t}{T_s}\right), -\frac{T_s}{2} < t \leq \frac{T_s}{2} \quad (2)$$

где:  $T_s$  – длительность сигнала, при моделировании составляет 0,5 мкс.

Функция, описывающая закон изменения мгновенной частоты сигнала внутри длительности импульса, имеет следующий вид (3):

$$f_s(t) = f_1 + \frac{1}{T_s} (f_2 - f_1) \left( t + \frac{T_s}{2} \right), -\frac{T_s}{2} < t \leq \frac{T_s}{2} \quad (3)$$

где:  $f_1 = -40$  МГц;  $f_2 = 40$  МГц – значения граничных частот линейного закона изменения мгновенной частоты. Девияция частоты ЛЧМ сигнала при моделировании составляет  $\Delta f = |f_2 - f_1| = 80$  МГц.

При этом функция, описывающая закон изменения фазы комплексной огибающей, является интегралом от выражения (3) и представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \gamma(t) = 2\pi \int_{-\frac{T_s}{2}}^t f_s(t) dt = 2\pi f_1 t + \\ + \frac{2\pi}{2T_s} (f_2 - f_1) (t^2 + T_s t) + \\ + 2\pi \left[ \frac{f_1 T_s}{2} + \frac{1}{8} (f_2 - f_1) T_s \right], -\frac{T_s}{2} < t \leq \frac{T_s}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Для оценки совместной разрешающей способности ЗС по дальности и скорости применяется ФН. В работе рассчитывается ФН радиолокационного сигнала, приводится трехмерное изображение тела ФН, анализируются важные сечения – АКФ и ЧКФ.

По определению ФН задается выражением (5):

$$|\Psi(\tau, f_d)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_0(t) \cdot \dot{x}_0^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \right|, \quad (5)$$

где:  $\dot{x}_0^*(t - \tau)$  – функция, которая является комплексно-сопряженной к комплексной огибающей сигнала,  $\tau$  – задержка сигнала,  $f_d$  – доплеровский сдвиг.

Таким образом, ФН представляет из себя объем над плоскостью  $(\tau, f_d)$  и состоит из главного максимума при  $\tau = 0, f_d = 0$  и ряда побочных, меньшей высоты [6].

Данная функция показывает относительную степень отклика согласованного фильтра (СФ) на сигнал, задержанный по времени на  $\tau$  и по частоте на  $F$  относительно сигнала, оптимального в этом устройстве. Другими словами, ФН характеризует степень различия откликов устройств на указанные типы сигналов. Количественно позволяет оценить разрешающую способность по времени и частоте.

Для более наглядного представления о разрешающей способности по времени и частоте в исходном выражении (5) попеременно полагают  $\tau = 0$  и  $f_d = 0$ . Функция  $|\Psi(0, f_d)| = |\Psi(f_d)|$  является сечением ФН вертикальной плоскостью при  $\tau = 0$  (носит название АКФ), ширина такого сечения будет определять разрешающую способность по частоте и точность измерения скорости движения целей. Функция  $|\Psi(\tau, 0)| = |\Psi(\tau)|$  является сечением ФН вертикальной плоскостью при  $f_d = 0$  (носит название ЧКФ). Ширина такого сечения определяет разрешающую способность по задержке и точность измерения дальности [7].

В радиолокации задача оценивания параметров сигнала ставится из необходимости получения информации о координатах или скорости движения цели. Любая радиотехническая система неидеальна, параметры сигнала подвержены действию случайных факторов, под которыми понимаются все сторонние возмущения, приводящие к искажению сигнала. Поэтому оценка параметров сигнала реализуется с помощью статистических методов.

Оцениваемые параметры можно разделить на два класса: энергетические и неэнергетические. В работе рассматривается потенциальная точность совместной оценки исключительно неэнергетических параметров, а именно: задержки сигнала и доплеровского сдвига, начальная фаза полагается неизвестной.

Для неэнергетических параметров ОСШ на выходе оптимального приемника не зависит от конкретного значения оцениваемого параметра.

Теория, по части совместной оценки нескольких параметров, является обобщением результатов, полученных для оценки единственного параметра сигнала и подробно изложена в [8].

В работе за основной показатель качества принята дисперсия оценки. Выражения для соответствующих дисперсий приводятся ниже.

Для дисперсии оценки задержки  $\tilde{\tau}$  при оценивании только задержки при неизвестной начальной фазе  $\varphi$  (без оценивания доплеровского сдвига) существует выражение (6):

$$D(\tilde{\tau} / \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 \rho^2 F_{\text{эфф}}^2}, \quad (6)$$

где:  $\rho^2 = \frac{2E_s}{N_0}$  – ОСШ на выходе СФ,  $E_s$  – энергия сигнала,  $N_0$  – энергия шума,  $F_{\text{эфф}} =$

$$= \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (f-f_0)^2 |\dot{X}(j2\pi f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{X}(j2\pi f)|^2 df}} - \text{среднеквадратическая ширина спектра сигнала,}$$

$$f_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f |\dot{X}(j2\pi f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{X}(j2\pi f)|^2 df} - \text{центр масс спектральной плотности мощности сигнала,}$$

$|\dot{X}(j2\pi f)|$  – спектральная плотность мощности сигнала.

Для дисперсии оценки доплеровского сдвига  $\tilde{f}_d$  при оценивании только доплеровского сдвига при неизвестной начальной фазе  $\varphi$  (без оценивания задержки) существует выражение (7):

$$D(\tilde{f}_d / \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 \rho^2 T_{\text{эфф}}^2}, \quad (7)$$

где:  $T_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau_0)^2 |\dot{x}_0(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}_0(t)|^2 dt}}$  – среднеквадратическая длительность сигнала,  $\tau_0 =$

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |\dot{x}_0(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}_0(t)|^2 dt} - \text{центр масс мгновенной мощности сигнала.}$$

Для дисперсии оценки задержки  $\tilde{\tau}$  при совместном оценивании параметров (с неизвестной начальной фазой  $\varphi$ ) существует выражение (8):

$$D(\tilde{\tau} / \varphi, f_d) = \frac{1}{4\pi^2 \rho^2 F_{\text{эфф}}^2 (1 - \rho_{\tau f}^2)}, \quad (8)$$

где:  $\rho_{\tau f} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t f_s(t) |\dot{x}_0(t)|^2 dt}{T_{\text{эфф}} F_{\text{эфф}} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}_0(t)|^2 dt}$  – коэффициент частотно-временной связи (для исследуемого сигнала близок к 1).

Для дисперсии оценки доплеровского сдвига  $\tilde{f}_d$  при совместном оценивании параметров (с неизвестной начальной фазой  $\varphi$ ) существует выражение (9):

$$D(\tilde{f}_d/\varphi, \tau) = \frac{1}{4\pi^2 \rho^2 T_{\text{эфф}}^2 (1 - \rho_{\tau f}^2)}, \quad (9)$$

Одним из результатов работы будет построение зависимостей СКО (корень из дисперсии) от ОСШ задержки и доплеровского сдвига при неизвестной начальной фазе, а также оценки задержки (без оценивания доплеровского сдвига) и оценки доплеровского сдвига (без оценивания задержки) при неизвестной начальной фазе сигнала.

### Моделирование сигнала и расчет характеристик на ЭВМ

Исследование выполняется с помощью программной среды моделирования *MatLab*.

Как уже описывалось ранее, сигнал задается с помощью своей комплексной огибающей. Однако, выражение (1) описывает аналоговый сигнал. Моделирование же производится на ЭВМ, т.е. необходимо выполнить операции дискретизации по времени и квантования по уровню. Эффект квантования в работе не берется во внимание (предполагается, что разрядная сетка ЭВМ достаточно велика). Эффект дискретизации по времени, наоборот, имеет принципиальное значение и ему следует уделить особое внимание.

Необходимо правильно задать частоту дискретизации  $F_s$ . Частота дискретизации для ЛЧМ сигнала обычно задается с помощью выражения  $F_s = 4\Delta f = 4 \cdot 80 = 320$  МГц.

Таким образом, удалось сформировать массив значений сигнала в *MatLab* (вектор из 640 комплексных чисел) в диапазоне от  $-2T_s$  до  $2T_s - 1$  с шагом  $T = \frac{1}{F_s}$ .

С помощью выражения (3) рассчитан и построен закон изменения во времени мгновенной частоты сигнала  $f_s(t)$ . Соответствующий график представлен на рис. 1.

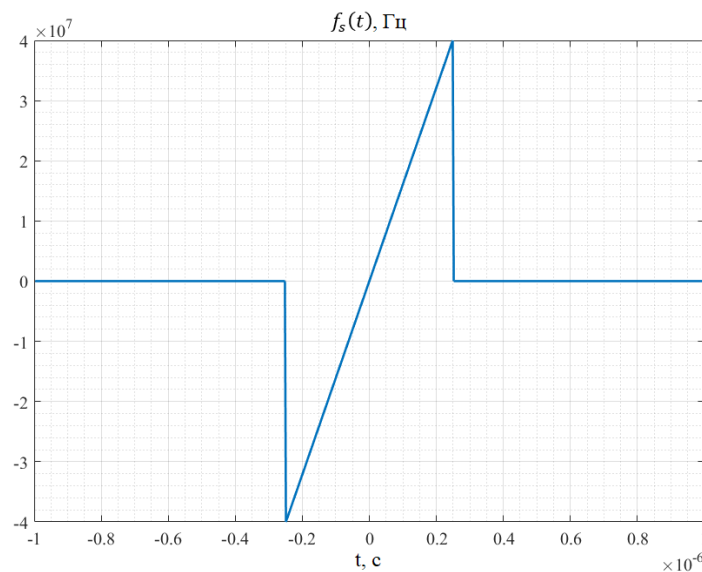


Рисунок 1

Из рис. 1 видно, что зависимость мгновенной частоты от времени  $f_s(t)$  за время длительности импульса  $T_s$  носит линейно нарастающий характер, как и положено ЛЧМ сигналу.

С помощью эквивалента комплексной огибающей и выражений (2), (4), а также встроенных функций *MatLab*  $abs()$  и  $angle()$ , были рассчитаны и построены модуль  $|\dot{x}_0(t)|$  и фаза  $\gamma(t)$ . Соответствующие графические зависимости приведены на рис. 2.

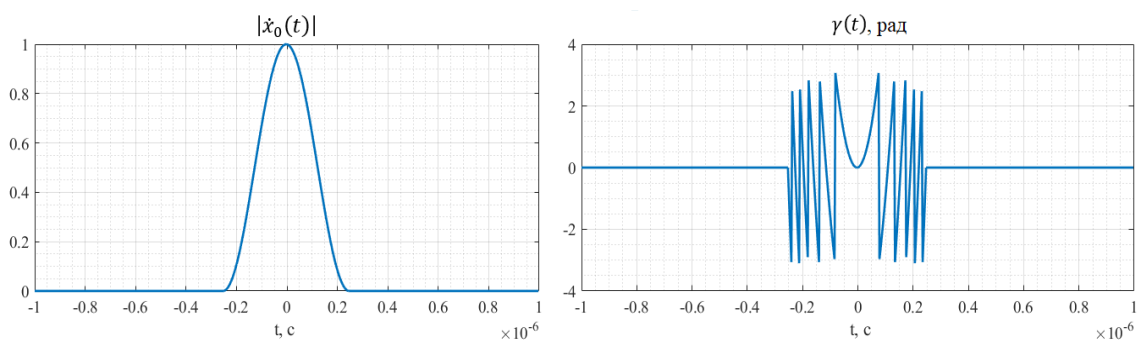


Рисунок 2

Графические зависимости, представленные на рис. 2, однозначным образом описывают исследуемый сигнал. Модуль  $|\dot{x}_0(t)|$  определяет длину вектора на комплексной плоскости (имеет вид функции  $\cos^2()$ ), а фаза  $\gamma(t)$  определяет скорость вращения вектора против часовой стрелки (имеет вид квадратичной функции, так как в данном случае фаза есть интеграл от функции мгновенной частоты  $f_s(t)$ ).

С помощью встроенных функций  $fft()$  и  $abs()$  был произведен расчет амплитудного спектра сигнала. На рис. 3 представлен соответствующий график частотной зависимости амплитуды.

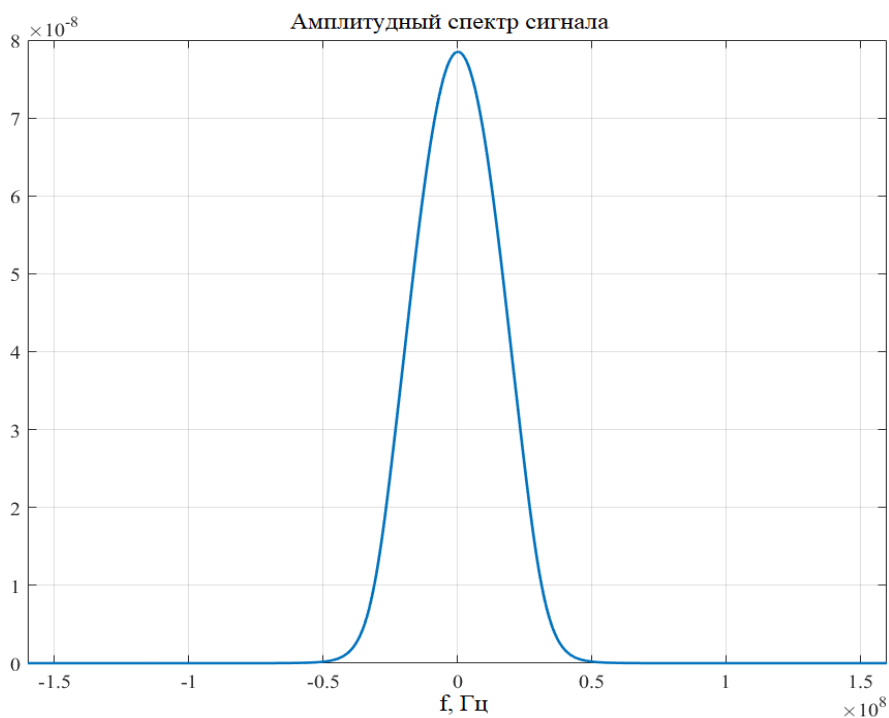


Рисунок 3

Из рис. 3 можно видеть, что ширина спектра сигнала как раз составляет порядка 80 МГц. Также можно заметить, что форма спектра значительно отличается от формы спектра классического импульсного ЛЧМ сигнала с прямоугольной огибающей, ее можно характеризовать как более сосредоточенную (большая часть энергии сигнала сосредоточена в главном лепестке).

На основе массива комплексных чисел и встроенной функции *ambgfun()*, было выполнено построение тела ФН и важные сечения этой функции (АКФ, ЧКФ, а также сечения по уровню). Соответствующие графические зависимости представлены ниже на рис. 4 и 5.

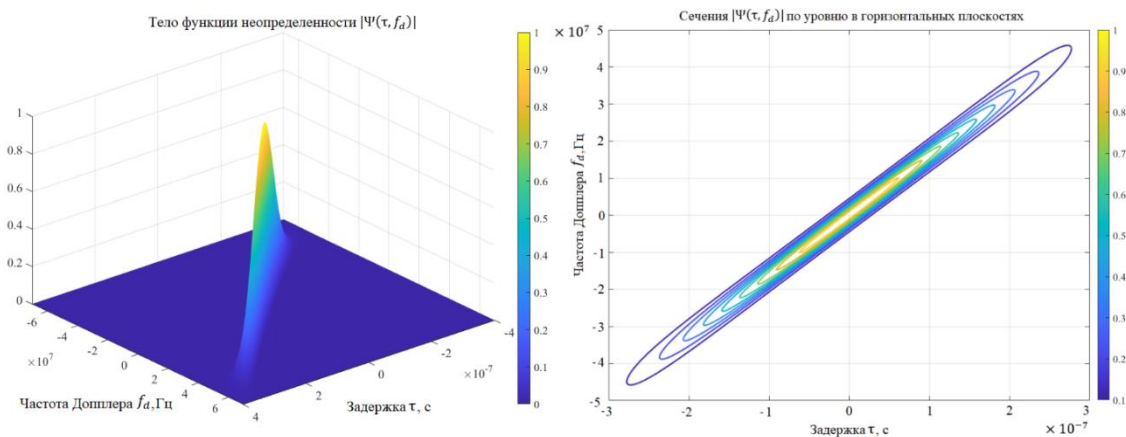


Рисунок 4

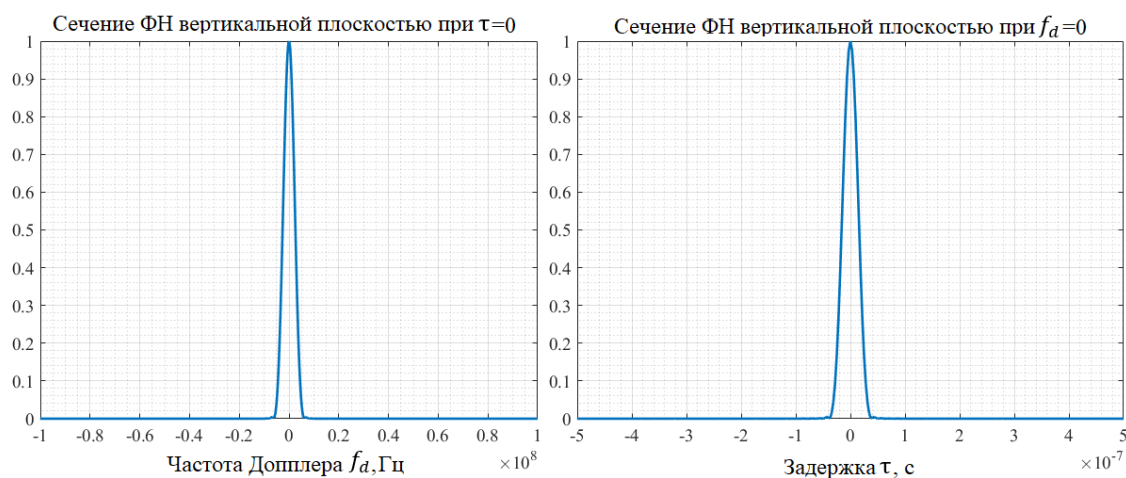


Рисунок 5

Исходя из рис. 4 и 5 видно, что тело ФН исследуемого сигнала имеет «ножевидную» форму, как и для классического ЛЧМ сигнала [6]. Однако, уровень побочных максимумов для сигнала с огибающей вида  $\cos^2()$  гораздо более низкий (в линейном масштабе соседние лепестки практически не заметны).

Для исследуемого типа ЗС с заданными параметрами разрешающая способность составила:

- $\sim 5$  МГц по частоте Доплера;
- $\sim 5$  м по дальности.

С помощью соотношений (6), (7), (8) и (9) для нижних границ дисперсий оценок рассчитаны и построены графики зависимостей среднеквадратического отклонения от ОСШ для:  $\sqrt{D(\tilde{\tau}/\varphi)}$ ,  $\sqrt{D(\tilde{\tau}/\varphi, f_d)}$ ,  $\sqrt{D(\tilde{f}_d/\varphi)}$ ,  $\sqrt{D(\tilde{f}_d/\varphi, \tau)}$ . Соответствующие зависимости представлены на рис. 6 и 7.

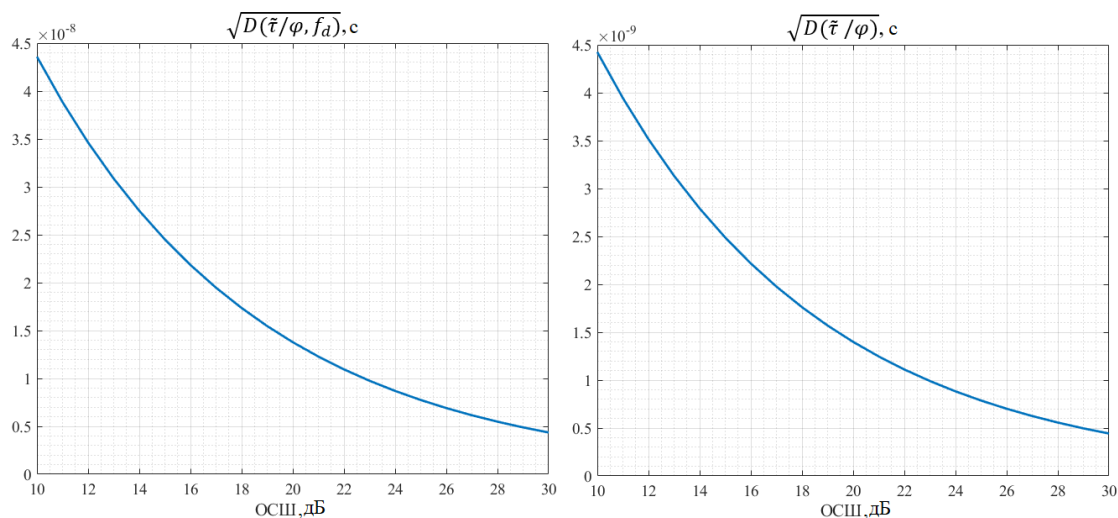


Рисунок 6

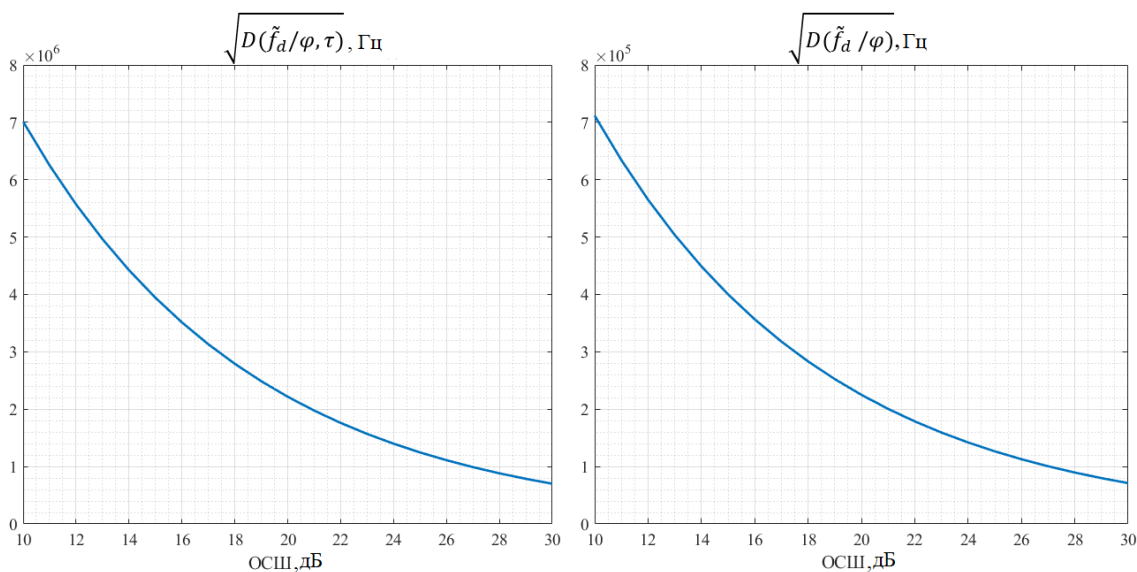


Рисунок 7

Из полученных рис. 6 и 7 можно заключить, что качество оценивания ключевых параметров сигнала (задержки и доплеровского сдвига при неизвестной начальной фазе) очень сильно зависит от того – производится ли совместная оценка параметров или же оценивается исключительно задержка  $\tau$  (либо доплеровский сдвиг  $f_d$ ). При совместном оценивании качество оценивания ухудшается на порядок. Такое сильное различие в качестве оценки свидетельствует о том, что для данного типа сигнала существует сильная корреляционная связь частотных и временных параметров сигнала – о чем говорит коэффициент частотно-временной связи, который для исследуемого сигнала  $\rho_{\tau f} \approx 1$ .



### Заключение

В работе был исследован импульсный ЛЧМ сигнал с непрямоугольной огибающей. Тело ФН такого сигнала имеет «ножевидную» структуру с низким уровнем побочных максимумов. Такой сигнал имеет достаточно хорошую разрешающую способность по дальности ( $\sim 5$  м), что может обеспечить малый импульсный объем РЛС (такая особенность является полезной во многих практических приложениях радиолокации). По частоте сигнал имеет разрешение ( $\sim 5$  МГц).

Такие характеристики делают данный тип сигнала особенно подходящим для задач, требующих высокой точности измерений, например, в радиолокационных системах обнаружения или слежения за объектами.

Значение коэффициента частотно-временной связи  $\rho_{\tau f} \approx 1$ . Из-за этого факта сильно ухудшается совместная оценка параметров (задержка  $\tau$  и доплеровский сдвиг  $f_d$ ), что хорошо можно видеть из рис. 6 и 7.

### Литература

1. Соколов А.В. Вопросы перспективной радиолокации // – М.: Радиотехника, 2003. – 512 с.
2. Ананенков А.Е. К вопросу о наблюдении малоразмерных беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ, 2016. – № 91.
3. Ананенков А.Е. Обнаружение малоразмерных объектов сверхкороткоимпульсной РЛС // Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике, 2007.
4. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. – М.: Сов. Радио, 1971. – 568 с.
5. Тисленко В.И. Статистические методы обработки сигналов в радиотехнических системах. – Томск.: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 245 с.
6. Сперанский В.С. Радиолокация, радиолокационные системы и устройства. – М.: Брис-М, 2011. – 257 с.
7. Гришин Ю.П., В.П. Ипатов и др. Радиотехнические системы: Учеб. для вузов по спец. «Радиотехника». Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высш. шк. – 1990. – 496 с.
8. Куликов Е.И. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Советское радио, 1978. – 296 с.