ГЕОМЕТРИЯ КАК ЯЗЫК ФИЗИКИ: МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КОМБИНИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

И.В. Прояева, *к. ф.-м. н., доцент, Оренбургский государственный педагогический университет имени В.П. Чкалова, Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (Оренбургский филиал), docentirina@mail.ru;*
Д.И. Сиделов, *к. ф.-м. н., доцент, Оренбургский государственный педагогический университет имени В.П. Чкалова, disideloff@mail.ru.*

УДК 514. 85

Аннотация. В учебном процессе, направленном на изучение физики как в средней школе, так и в вузах, одним из важнейших элементов обучения служит физическая задача. Среди множества задач выделяются комбинированные, сочетающие в себе материал из нескольких разделов физики. Для упрощения решения части комбинированных задач мы предлагаем использовать геометрические подходы, что позволяет улучшить усвоение материала и вскрыть внутреннюю простоту такого рода задач. В связи со сложностями усвоения теоретических знаний, в статье предложено проводить процесс изложения теоретического материала на основе практических обоснований. Также рассмотрены некоторые основные области применения геометрических методов. Трудность изучения данного материала связана в первую очередь с многогранностью и большим количеством воображаемых объектов. Представленный в статье методический подход к применению геометрии при решении физических задач был реализован в учебном процессе на практических занятиях по физике в Оренбургском государственном педагогическом университете, способствующий развитию творческого потенциала, визуального и ассоциативного мышления обучающихся.

Ключевые слова: физическая комбинированная задача; вектор; прямоугольный треугольник; синус угла; косинус угла; геометрический метод.

GEOMETRY AS A LANGUAGE OF PHYSICS: A METHODOLOGICAL APPROACH TO SOLVING COMBINED PROBLEMS

I.V. Proyaeva, *Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Orenburg State Pedagogical University named after V.P. Chkalova, Volga Region State University of Telecommunications and Informatics (Orenburg branch);*
D.I. Sidelov, *Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor Orenburg State Pedagogical University named after V.P. Chkalov.*

Annotation. In the physics curriculum, both in high school and at universities, one of the most important learning elements is the physics problem. Among the many problems, combined problems stand out, combining material from several branches of physics. To simplify the solution of some combined problems, we propose using geometric approaches, which improves the assimilation of the material and reveals the inherent simplicity of these types of problems. Due to the complexity of assimilating theoretical knowledge, this article proposes presenting the theoretical material based on practical justifications. Some key areas of application of geometric methods are also discussed. The difficulty of studying this material is primarily due to its multifaceted nature and the large number of imaginary objects. The methodological approach to the application of geometry in solving physics problems presented in this article was implemented in practical physics classes at the Orenburg State Pedagogical University,

contributing to the development of students' creativity, visual thinking, and associative thinking.

Keywords: physical combined problem; vector; right triangle; sine of an angle; cosine of an angle; methodological method.

Введение

В современном мире, где быстрое развитие новых технологий требует от специалистов нестандартных решений, невозможно обойтись без физических и геометрических знаний. Поэтому одной из ключевых задач образования является формирование у учащихся научного подхода к, казалось бы, стандартным задачам [1].

Традиционное образование, в основном, нацелено на формирование прочных знаний, построенных на заучивании и зазубривании материала, что тоже является очень важным фактором в обучении. Формирование творческого подхода к решению задачи не менее важно для специалиста в современности. Так, например, ученик, решающий задачи по одному и тому же алгоритму, не развивает умение поиска иных путей решений, которое очень важно для взрослой жизни, наполненной неоднозначными задачами. Комбинированные подходы и методы смогут очень помочь в развитии таких способностей, ведь они объединяют в себе науку, искусство и цифровые технологии. На основе комбинированных методов построены многие структуры на сегодняшний день, поэтому знания в данной области сделают выпускников востребованными на рынке труда. Этим обуславливается актуальность данного исследования.

Тема на сегодняшний день изучена не в полной мере. Хотя развитие пространственного мышления у школьников рассматривается во многих исследованиях, а комбинированные методы практически не упоминаются в методических разработках как интересный и наглядный материал, соединение этих двух направлений в рамках школьного курса пока почти не реализовано.

Целью исследования является разработка методического подхода для лучшего понимания легкости решения физических задач с помощью элементов геометрии обучающимися физико-математического факультета педагогических вузов.

Для того, чтобы достичь цели исследования, необходимо решить следующие задачи:

1) Подобрать и сформулировать теоретический материал.
2) Продумать порядок изложения теоретического материала.
3) Внедрить разработанную методику в процесс обучения и проверить ее эффективность.

Объектом данного исследования выступает один из возможных подходов к решению этой задачи.

Гипотеза исследования: более глубокому пониманию геометрических методов в физике способствует обозначение обширных областей применения данного раздела науки.

Новизна исследования заключается в том, что мы предлагаем продемонстрировать применение данных методов к решению физических задач, т.е. показать обучающимся необходимость ее изучения.

Теоретической значимостью исследования является разработка нового геометрического подхода в решении комбинированных физических задач.

Практической значимостью исследования является возможность применить разработанную методику применения геометрических методов для повышения уровня понимания обучающимися данного раздела.

Геометрическое видение физических процессов

Физической задачей будем называть словесную или графическую модель физического процесса с проблемой в виде неизвестных физических величин либо связей между ними. Из всего многообразия физических задач в качестве объекта исследования выберем комбинированные задачи. Их отличие от остальных заключается в том, что для решения необходимо использовать знания двух и более разделов физики. Такие задачи могут с успехом использоваться как на этапе изучения нового, так и в случае закрепления пройденного материала, а еще являются важным инструментом контроля и оценки [2].

В случае их применения преподаватель должен соотносить сложность, временные рамки материала, уже пройденного ранее, если обучаемые затрудняются воспроизвести необходимые для решения физические законы, то их следует напомнить и указать, в каком семестре (или классе и четверти для школ) эти законы изучались. Заметим, что составить комбинированную задачу в некотором смысле проще, чем ту, что для решения требует знания только одного узкого физического раздела. Конечно, требуется использовать основные законы дидактики, в частности, вести преподавание «от простого – к сложному». В этом смысле при изучении молекулярной физики важно делать отсылки к основным законам механики: Ньютона, законам сохранения энергии и импульса, что позволит активнее изучать тепловые законы и не забывать уже пройденный раздел механики. По мере дальнейшего изучения в курсе электродинамики надо ссылаться на механику и молекулярную физику с термодинамикой и т.д.

Современная методика преподавания, так или иначе, основана на принципе преемственности материала, проходимого как в школе, так и в вузе, поэтому содержательная компонента в физических задачах должна также учитываться при составлении и выборе комбинированных задач [2].

Вопросом о применении геометрических методов к решению физических задач обращались многие ученые в разные временные периоды, что подтверждает интерес и особую значимость данного вопроса. Работы Френкеля Я.И. [3], Ландау Л.Д., Лифшица Е.М. [4] представляют собой фундаментальные источники, на которых базируется современный подход к использованию геометрических методов и векторного анализа в решении физических задач, особенно в области классической механики. Обучающимся необходимо доходчиво, на простых примерах объяснить теоретический и практический материал, что как раз и заложено в цели и задачах данного исследования [5, 6].

Из всего многообразия комбинированных физических задач выберем те, что допускают решение с применением геометрических приемов. К ним относится метод векторов, поскольку все физические величины могут быть трех основных типов (скалярные, векторные и тензорные), а также важнейшие прикладные теоремы: Пифагора, косинусов, синусов и основные свойства тригонометрических функций.

Задача 1.

Протон влетает в однородное электрическое поле напряженностью $E = 100$ *кВ/м*, под углом 150 градусов к вектору напряженности. Скорость протона $v_0 = 10^6$ *м/с*. Определите минимальную скорость и кинетическую энергию протона при дальнейшем движении. Найдите скорость и кинетическую энергию протона в момент, когда его скорость будет ориентирована под углом 90 градусов к первоначальному направлению. Установите соответствующие моменты времени. Силой тяжести пренебречь, считать, что движение происходит в вакууме.

Решение:

Заметим, что для решения задачи можно использовать координатный метод, который предполагает введение прямоугольной декартовой системы координат на плоскости. В пределах этой системы координат рассматриваются проекции скоростей на изначально выбранные оси. Координатный метод является одним из традиционных методов, позволяющий получить правильный и логичный ответ, но он более громоздкий, чем векторный, поэтому наш путь пролегает через изящество геометрии. Векторный метод предполагает введение ортонормированного репера, введение векторов и выполнение всех возможных операций, определенных над векторами [7].

На протон, имеющий электрический заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, со стороны электрического поля действует кулоновская сила (из определения напряженности электростатического поля):

$$\vec{F} = e\vec{E}.$$

Воспользуемся теоремой об изменении импульса тела:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + e\vec{E}\tau,$$

здесь $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$ и $\vec{p} = m\vec{v}$ – начальный и конечный импульсы протона, τ – время движения протона в электрическом поле, $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ *кг* – масса протона.

Нахождение минимального импульса протона представлено на рис. 1. Обратимся к рис. 1 – из анализа теоремы об изменении импульса следует, что длина вектора конечного импульса определяется вектором импульса силы, который увеличивается с течением времени.

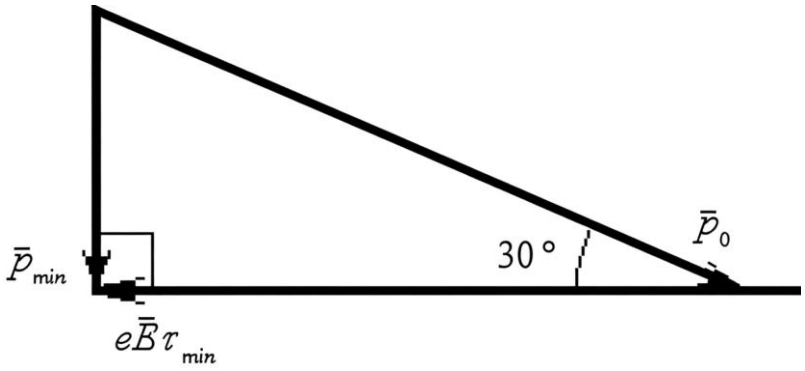

Рисунок 1

Очевидно, что наименьший импульс наблюдается в случае, когда из начала вектора начального импульса опускается перпендикуляр на направление вектора импульса силы. Таким образом, $\vec{p}_{\min} \perp e\vec{E}\tau_{\min}$. Имеем прямоугольный треугольник с начальным импульсом протона в качестве гипотенузы [8]. Далее используем свойство прямоугольного треугольника с острым углом в 30 градусов, получаем, что:

$$p_{\min} = \frac{p_0}{2};$$

$$v_{\min} = \frac{v_0}{2} = 0.5 \cdot 10^6 \ м/с$$

$$K_{\min} = \frac{mv_{\min}^2}{2} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(0.5 \cdot 10^6\right)^2}{2} = 2.09 \cdot 10^{-16} \ Дж = 1.3 \ кэВ.$$

Далее находим время движения протона, за которое импульс уменьшается до минимального значения:

$$\tau_{\min} = \frac{p_0 \cdot \cos 30°}{eE} = \frac{mv_0 \cdot \cos 30°}{eE} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6 \cdot \sqrt{3}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 2} \approx 90 \ нс.$$

Рассмотрим вторую ситуацию, когда скорость, а значит, и импульс, поворачиваются на угол 90 градусов по отношению к начальному направлению. В этом случае (рис. 2.) получим другой прямоугольный треугольник, в котором вектор импульса силы служит гипотенузой.

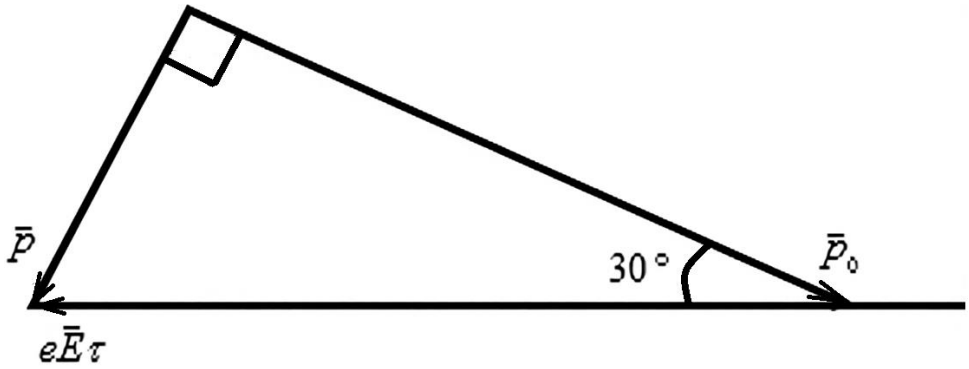

Рисунок 2

Острый угол, лежащий против вектора конечного импульса, будет иметь величину 30 градусов. Поэтому, используя свойства прямоугольного треугольника, получим:

$$p = p_0 \cdot \tan 30° = \frac{p_0}{\sqrt{3}};$$

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{3}} = 0.577 \cdot 10^6 \ м/с$$

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(10^6\right)^2}{2 \cdot 3} = 2.78 \cdot 10^{-16} \ Дж = 1.7 \ кэВ$$

Найдем время движения, за которое скорость протона повернется на 90 градусов:

$$eE\tau = \frac{p_0}{\cos 30°};$$

$$\tau = \frac{mv_0}{eE \cdot \cos 30°} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6 \cdot 2}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot \sqrt{3}} \approx 121 \text{ нс.}$$

Задача 2.

Человек переплывает реку. Скорость пловца относительно воды 0,3 м/с, скорость течения воды в реке 0,4 м/с. Вектор скорости пловца относительно воды направлен перпендикулярно берегу реки. С какой скоростью движется пловец относительно берега? На каком расстоянии от места вхождения в реку он достигнет противоположного берега, если ширина реки 120 м [4]?

Решение:

Для определения скорости пловца относительно берега необходимо перейти из системы отсчета, связанной с водой, в систему отсчета, связанную с берегом. Выберем систему отсчета, связанную с берегом реки, ось Ox направим вдоль реки, Oy – поперек реки. За начало отсчета примем точку O вхождения пловца в реку.

Вектор v_1 скорости пловца относительно воды по условию задачи перпендикулярен вектору v_2 – скорости воды относительно берега, поэтому модуль скорости v пловца в системе отсчета, связанной с берегом, равен:

$$v = \sqrt{(0{,}09 + 0{,}16} \ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 0{,}5 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Перемещение s пловца относительно берега, равное отрезку OB, можно найти по известному значению проекции этого перемещения на ось Oy, равному ширине реки OA:

$$s_y = s \cos \alpha = \frac{sv_1}{v},$$

$$OB = s = \frac{s_y v}{v_1},$$

$$OB = \frac{120 * 0{,}5}{0{,}3} \text{ м} = 200 \text{ м}.$$

При решении комбинированных задач мы использовали знания разделов механики и электродинамики, в частности нам потребовались:

- определение импульса тела;
- теорема об изменении импульса тела;
- закон перемещения;
- закон нахождения скорости;
- определение напряженности электростатического поля [9].

Кроме того, из геометрических представлений мы использовали:

- сложение векторов методом треугольника;
- сложение векторов методом параллелограмма;
- свойства прямоугольного треугольника с острым углом в 30 градусов;
- понятие наикратчайшего расстояния от точки до прямой линии;
- свойства тригонометрических функций: косинуса и тангенса;

- нахождение проекций вектора на координатные оси;
- теорему Пифагора [10].

Заключение

Использование геометрических методов для решения комбинированных физических задач в процессе обучения подтвердил гипотезу о том, что теоретический материал геометрии довольно сложен для восприятия обучающимися, но в совокупности с решением задач в ходе изучения данного раздела усвоение новых знаний происходит гораздо лучше.

Так, одними из самых сложных и самых важных тем всего курса геометрии являются темы «Векторы» и «Метод координат». Именно эти два раздела дают обучающимся представление о том, что такое векторы, какие операции можно с ними проводить, что такое координатная плоскость и как ее можно понять. Еще в самом начале изучения физики учащиеся знакомятся с таким понятием, как векторная величина [11]. И что такое вектор, дети узнают именно на уроках геометрии. Эти знания на протяжении всего курса физики будут помогать обучающимся читать графики. Многие зависимости в физике представляются именно в виде графиков. В работе прослеживается сильная взаимосвязь между физикой и геометрией, что ярко демонстрирует метапредметные связи школьного курса.

Особенно важно отметить, что решение комбинированных физических задач способствует развитию логического мышления у обучающихся, формированию познавательного интереса к предмету, а также раскрытия творческого потенциала у обучающихся. Знакомство обучающихся с метапредметными связями между геометрией и физикой устанавливает связь между различными разделами математики, физики, информатики, биологии, что может служить стимулом к развитию интереса к другим школьным предметам.

Таким образом, мы убедились в особенностях применения геометрических методов решения физических комбинированных задач. Использование знаний геометрии, полученные в основной школе, позволяют эффективно и быстро получать решения задач из общего курса физики для студентов различных курсов технических и педагогических вузов. Результаты исследования были внедрены в процесс обучения студентов физико-математического факультета Оренбургского государственного педагогического университета имени Валерия Павловича Чкалова. Педагогический эксперимент, проведенный с помощью статистических исследований, подтвердил гипотезу о более глубоком усвоении знаний обучающихся по рассматриваемым дисциплинам.

Литература

1. Прояева И.В. Об организации компетентностно-ориентированного подхода самостоятельной работы бакалавров по математическим дисциплинам на технических специальностях ВО // Реализация компетентностного подхода в сфере инженерной подготовки (авторская монография), ООО АЭТЕРНА, 2017. г. Уфа. – С. 101-106.
2. Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа, 2022. 440 с.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Е.М. Лившиц. Под ред. Л.П. Питаевского. – М.: Наука, 1958. – Текст: непосредственный. Т. 1: Механика. – 1958. – 206 с.

4. Прояева И.В. Компетентностный подход в преподавании математических дисциплин на инженерных специальностях // Материалы I Международной очно-заочной конференции. Оренбург, ПГУТИ, 2015.
5. Прояева И.В., Сиделов Д.И. Особенности нахождения моментов инерции различных фигур // В сборнике: Проблемы и перспективы внедрения инновационных телекоммуникационных технологий. Сборник материалов IX Международной научно – практической очно – заочной конференции. Оренбург, 2023. – С. 546-561.
6. Прояева И.В., Сиделов Д.И. Элементы функционального анализа в решении физических задач // Экономика и качество систем связи, 2025. – № 3. – С. 67-75.
7. Прояева И.В., Сиделов Д.И. Об использовании методов нахождения экстремумов функции в физических приложениях при подготовке бакалавров инженерного профиля//Модернизация инженерного образования: состояние, проблемы, перспективы (авторская монография), 2018, Оренбург. – С. 168-174.
8. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 256 с.
9. Савченко О.Я. Задачи по физике: Учеб. пособие / И.И. Воробьев, П.И. Зубков, Г.А. Кутузова и др. Под ред. О.Я. Савченко. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988. – 416 с.
10. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Учеб пособие. Для вузов. В 5 т. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. – 5-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2005. – 544 с.
11. Прояева И.В., Сафарова А.Д. Организация самостоятельной работы студентов по подготовке к ГИА курсу «Геометрия», Издательство ОГПУ, Оренбург 2016.