ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ УГЛОВОГО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

***В.А. Коптев**, Московский технический университет связи и информатики, yyy.xxx.98@bk.ru.*

УДК 621.391; 621.396.962.3

Аннотация. В работе исследуются методы углового сверхразрешения для широкополосных сигналов в радиотехнических измерительных системах. На единой математической модели прихода сигнала на устройство пеленгации. Подробно показаны этапы обработки: разбиение спектра на бины, оценка локальных ковариаций, условия узкополосности и влияние калибровки. Сопоставлены четыре подхода: *DASB, CSSM, ISSM* и *WB-Capon.* Результаты показывают корректную локализацию направлений во всех случаях. Наилучшее подавление боковых и стабильность достигаются у *CSSM* и *ISSM*. Метод *WB-Capon* также хорошо себя показывает в пеленгации и подходит в особых случаях. А *DASB* служит базовой моделью широкополосного сверхразрешения. Полученные выводы полезны при выборе алгоритма для радиомониторинга, пассивной локации и РЛС, где требуется высокая точность определения прихода сигнала при ограниченной апертуре и широкополосной структуре сигналов.

Ключевые слова: широкополосные сигналы; угловое сверхразрешение; *CSSM*; *WB-Capon*; *ISSM*.

INVESTIGATION OF ANGULAR SUPER-RESOLUTION METHODS FOR WIDEBAND SIGNALS IN RADIO ENGINEERING MEASUREMENT SYSTEMS

***V.A. Koptev**, Moscow Technical University of Communications and Informatics.*

Annotation. The paper investigates angular super-resolution methods for wideband signals in radio-engineering measurement systems. A unified mathematical model of signal arrival at a direction-finding device is employed. The processing stages are detailed: partitioning the spectrum into bins, estimating local covariance matrices, narrowband-bin conditions, and the impact of calibration. Four approaches are compared: DASB, CSSM, ISSM, and WB-Capon. The results show correct direction localization in all cases. The best sidelobe suppression and stability are achieved by CSSM and ISSM. The WB-Capon method also performs well for direction finding and is suitable in special cases. DASB serves as a baseline wideband super-resolution model. The findings are useful for choosing algorithms for radio monitoring, passive localization, and radar systems where high DOA accuracy is required under limited aperture and a wideband signal structure.

Keywords: wideband signals; angular super-resolution; *CSSM*; WB-Capon; *ISSM*.

Введение

Измерительные радиотехнические системы (РТС) представляют собой совокупность аппаратных и программных средств, предназначенных для извлечения информации об объектах, процессах и явлениях посредством приема и анализа радиосигналов. Подобные комплексы находят применение в радиолокации, радионавигации, радиомониторинге, научных экспериментах, а

также в системах контроля качества телекоммуникационных сетей. Их ключевая функция заключается в высокоточной оценке параметров сигнала – частоты, амплитуды, фазы, поляризации и в определении пространственного положения или траектории источника излучения [1].

Измерительные РТС, как правило, функционируют в условиях сложной электромагнитной (ЭМ) обстановки, где полезный сигнал может быть замаскирован шумами, искусственными помехами и многолучевыми отражениями. Для повышения точности в таких условиях системы оснащаются антенными решетками (АР), позволяющими принимать сигналы из различных направлений и формировать адаптивную диаграмму направленности. Это обеспечивает возможность детального анализа пространственных характеристик ЭМ-поля и более точного определения азимута и угла места источника [2].

Однако классические методы формирования луча обладают ограниченным угловым разрешением, особенно в случаях, когда источники расположены близко друг к другу или их сигналы частично коррелированы (рис. 1) [3]. В связи с этим в современных измерительных РТС применяются методы пространственной обработки и помехоустойчивой фильтрации, позволяющие эффективно разделять и измерять сигналы даже в условиях сильных помех и многолучевости [4].

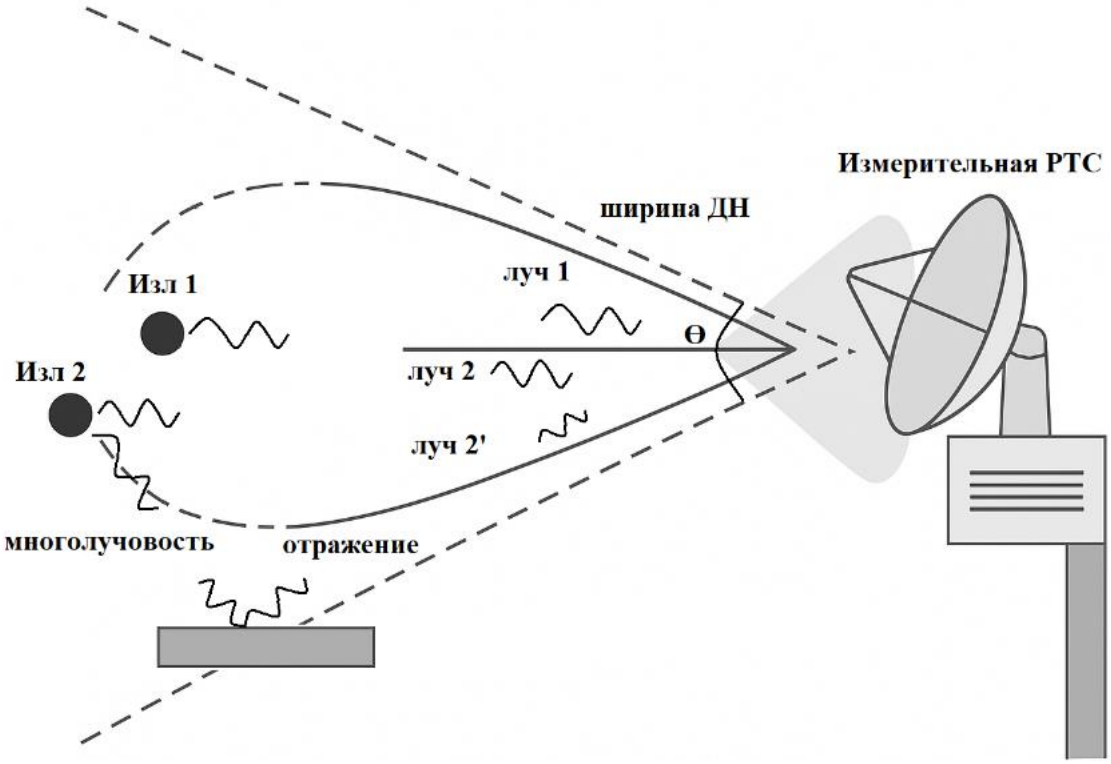


Рисунок 1

Разрешающая способность традиционных методов пространственной обработки определяется, в первую очередь, физическими параметрами антенной системы – размером ее апертуры и длиной волны принимаемого сигнала. В соответствии с критерием Рэлея (1), два источника излучения могут быть различимы, только если их угловое расстояние превышает определенный порог, который зависит от ширины главного лепестка диаграммы направленности антенны [3]. На рис. 2 представлена иллюстрация эффекта от предела Рэлея.

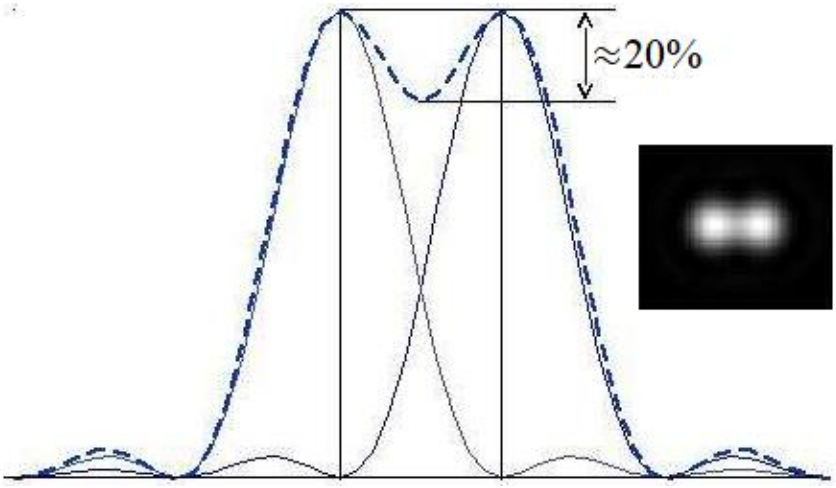


Рисунок 2

$$\frac{d}{D} > 1{,}22\frac{\lambda}{D_{\text{ап}}} \tag{1}$$

где: d – расстояние между объектами; D – удаленность от наблюдателя; λ – длина волны; $D_{\text{ап}}$ – диаметр апертуры; коэффициент 1,22 – эмпирически найденный коэффициент для круговой апертуры.

Это ограничение становится критическим в современных измерительных РТС, где необходимо различать источники, расположенные на минимальном угловом расстоянии, а также обрабатывать сигналы с широким спектром, характерным для высокоскоростных телекоммуникационных и радиолокационных систем. Широкополосные сигналы (ШПС) позволяют передавать большие объемы информации (2) и повышать точность измерений (3) за счет своего временного и частотного разрешения [5]. Однако широкополосность (4) существенно усложняет задачу обработки, поскольку временно-частотная структура таких сигналов становится более сложной и чувствительной к искажениям [6, 7]. Кроме того, в реальных условиях сигналы от нескольких источников часто перекрываются, формируя сложные интерференционные структуры, которые трудно разделить с помощью классических методов пространственной обработки [4].

$$C = B\log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right) \tag{2}$$

$$\Delta R = \frac{c}{B \cdot 2} \tag{3}$$

$$\beta = \frac{B}{f_0} = \frac{f_{max} - f_{min}}{\frac{f_{max} + f_{min}}{2}} \tag{4}$$

где: C – пропускная способность канала, по теореме Шеннона-Хартли; B – полоса частот сигнала; $\frac{S}{N}$ – отношение сигнал/шум; $c = 3 * 10^8$ м/с; $0.01 < \beta < 0.1$ для соблюдения условий широкополосности; f_0 – частота сигнала и f_{max}, f_{min} – минимальная и максимальная частоты полосы.

В таких условиях традиционные методы пространственной обработки сигналов не обеспечивают необходимой точности в определении направлений на источники и оценки параметров слабых сигналов [4]. Кроме того, их устойчивость к шумам и помехам часто оказывается недостаточной для задач радиолокации и

радиомониторинга, особенно при необходимости выделения сигнала на фоне сильных мешающих воздействий [6, 7]. Для преодоления этих ограничений были разработаны методы пространственного сверхразрешения, позволяющие существенно повысить угловую разрешающую способность без увеличения физических размеров АР – даже в тех случаях, когда угловое расстояние между источниками меньше установленного критерием Рэлея.

Модификация алгоритмов сверхразрешения для широкополосных сигналов

Сложная частотно-временная структура ШПС создает существенные трудности при применении традиционных методов пространственного сверхразрешения [8]. К таким методам относятся, в частности, *MUSIC* (*Multiple Signal Classification*) и *MVDR* (*Minimum Variance Distortionless Response*), которые были изначально разработаны для обработки узкополосных сигналов [4]. В этих методах предполагается фиксированная несущая частота и линейный закон изменения фазы сигнала между элементами АР, что позволяет использовать упрощенные модельные представления волны.

Однако в случае ШПС, для которых амплитуда и фаза существенно зависят от частоты и времени, такие предположения становятся неприменимыми. Различные спектральные компоненты ШПС испытывают неодинаковые фазовые сдвиги и временные задержки между элементами АР, что приводит к искажению пространственной структуры сигнала и снижает точность оценки направления прихода [8, 9].

Рассмотрим более подробно эффект расхождения фазовых набегов, возникающий при распространении широкополосного сигнала в антенном массиве. При прохождении плоской электромагнитной волны от *k*-го источника под углом падения θ_k, фронт волны достигает элементы линейной АР с определенными временными задержками [5]. Для решетки с равномерным межэлементным расстоянием d задержка τ_i прихода сигнала между нулевым и i-ым элементом составляет (5).

$$\tau_i(\theta_k) = \frac{(i-1)\cdot d\cdot \sin(\theta_k)}{c} \qquad (5)$$

В практических системах прием осуществляется синхронно: все элементы решетки фиксируют отсчеты сигнала одновременно, в дискретные моменты времени $[t_1\ t_2 \dots t_n]$. Такая синхронность достигается аппаратными средствами, в частности, использованием согласованных по времени аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синхронизированных с единого тактового генератора. При этом, несмотря на синхронность дискретизации, различные элементы фиксируют сигналы, находящиеся на разных участках фронта волны, что и приводит к фазовым и временным сдвигам, критически важным для пространственно-временной обработки ШПС [8].

Таким образом, принимаемый сигнал описывается как (6):

$$s_i(t_n) = \sum_{k=1}^{K} h_{i,k}(t_n) * x_k \cdot (t_n) = \sum_{k=1}^{K} \int_{-\infty}^{\infty} h_{i,k}(\tau) \cdot x_k(t_n - \tau) d\tau \qquad (6)$$

где: $x_k(t_n)$ – сигнал k-го источника; K – число источников; $h_{i,k}$ – импульсная характеристика канала от *k*-го источника к *i*-му приемнику; $s_i(t_n)$ – смесь сигналов на входе *i*-го приемника. На входе *i*-го приемника в момент времени t_n

присутствует сумма сверток сигналов x_k, от всех K источников с импульсными характеристиками каналов $h_{i,k}$ (7).

$$h_{i,k}(t_n) = \sum_{q=1}^{Q_k} \gamma_{k,q} \cdot d(t_n, \tau) \quad (7)$$

Пусть от источника k до АР проходят Q_k каналов (в том числе прямой). Для пути q у канала собственная амплитуда и фаза $\gamma_{k,q}$. $d(t_n, \tau)$ – фильтр задержки, аппроксимируется δ-функцией, в частности, здесь задержка $\tau = \tau_{k,q} + \tau_i(\theta_{k,q})$. $\tau_{k,q}$ – глобальная задержка до эталонной точки АР, $\tau_i(\theta_{k,q})$ – задержка до i-го элемента антенной решетки в направлении $\theta_{k,q}$. В этот момент необходимо сделать ряд допущений про рассматриваемые случаи модели:

- Будет рассматриваться только плоский фронт волны. Приемная АР будет стоять на достаточном удалении.
- Отсутствие многолучевости – для дальней зоны один канал, $Q_k = 1$, $\theta_{k,1} = \theta_k$. И соответственно, задержка будет определяться только $\tau_i(\theta_k)$.
- Частотную зависимость чувствительности канала можно учитывать в $h_{i,k}(t_n)$. Но в рассматриваемом случае, примем, что все частоты будут приниматься одинаково.

Следовательно, в модели можно учитывать характеристику канала $h_{i,k}$. Однако это требует дополнительных эмпирических данных под конкретные случаи и заметно усложняет модель. Принятые выше допущения позволяют упростить модель и свести $h_{i,k} = const$ до весового коэффициента, учитывающего вклад сигнала в $s_i(t_n)$. Допустим, в общем случае $h_{i,k}$ = 1.

Получается, принятый i-ым элементом АР, сигнал $y_i(t_n)$ можно описать следующим образом (8). В процессе преобразований, реализуем все подстановки.

$$y_i(t_n) = a_i(\theta_k) \cdot s_i(t_n) + \eta_i(t_n) = a_i(\theta_k) \cdot \sum_{k=1}^{K} h_{i,k}(t_n) * x_k \cdot (t_n) + \eta_i(t_n) =$$
$$= a_i(\theta_k) \cdot \sum_{k=1}^{K} 1 \cdot x_k(t_n) + \eta_i(t_n) = \sum_{k=1}^{K} a_i(\theta_k) \cdot x_k(t_n) + \eta_i(t_n) \quad (8)$$

где: $\eta_i(t_n)$ – аддитивный шум; $a_i(\theta_k)$ – вектор направленности i-го элемента АР. Этот параметр учитывает фазу от задержки при распространении сигнала под углом θ_k [4]. Когда как $h_{i,k}$ – учитывает амплитудно- и фазочастотные свойства канала (т.е. частотную селективность тракта) [8, 6]. Для линейной АР с равномерным расстоянием между элементами d, вектор направленности будет выглядеть как (9). Его можно записать как в выражении набега фазы, так и в выражении задержек [4].

$$a(\theta_k) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-j*\frac{2\pi}{\lambda}*d*\sin(\theta_k)} \\ \dots \\ e^{-j*\frac{2\pi}{\lambda}*(I-1)d*\sin(\theta_k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-j*2\pi f_0*\tau_1(\theta_k)} \\ \dots \\ e^{-j*2\pi f_0*\tau_{I-1}(\theta_k)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Если угол θ_k отличен от нуля, появляются экспоненциальные члены с разными фазами. Задержки, вызванные геометрией, не компенсируются на этапе снятия отсчетов. В случае узкополосного сигнала, фаза сигнала за время прохождения волны через решетку меняется медленно. Это означает, что все элементы успевают зафиксировать сигнал в требуемом фазовом состоянии,

синхронизация не нарушается [4]. А фазовые сдвиги остаются в данных и учитываются в модели направляющего вектора $a(\theta_k)$.

Для ШПС фазовый сдвиг становится функцией частоты $a_i(f_m, \theta_k) = e^{-j2\pi f_m \tau_i(\theta_k)}$, спектральные компоненты приходят с различными фазами. Фаза и амплитуда сигнала частотно-зависимы при прохождении элементов АР. Сама задержка – это чистый временной сдвиг (линейный фазовый наклон), но, если объединять частоты без компенсации задержек, возникает межчастотное рассогласование, что ухудшает оценку. Единый, частотно-независимый направляющий вектор $a(\theta_k)$ становится некорректным. Следует использовать $a(f_m, \theta_k)$, либо сводить к опорной частоте. Соответственно, единая узкополосная ковариационная матрица по всей полосе не описывает пространственно-частотную структуру наблюдений. Корректно формировать ее по узким бинам и далее выполнять согласованное объединение [10]. В данном контексте под бином будем понимать узкий частотный интервал, внутри которого сигнал в данном временном окне можно считать узкополосным, в дискретном виде – одна дискретная частота спектра [11].

Для корректной пространственно-временной обработки широкополосных сигналов было предложено несколько подходов, направленных на модификацию традиционных методов сверхразрешения. Один из таких подходов основан на переходе от фазовых моделей к моделям с истинными временными задержками между элементами антенной решетки, где выравнивание выполняют операторами задержки, а не фиксированными фазами [11]. Это позволяет более точно описывать распространение широкополосных сигналов.

Альтернативный подход предполагает частотную декомпозицию сигнала – разбиение его спектра на узкие полосы с последующей независимой обработкой в каждом бине и объединением результатов на уровне подпространства сигналов [12]. Оба метода направлены на компенсацию неоднородных, частотно-зависимых фазовых сдвигов и временных задержек, возникающих при приеме широкополосных сигналов, и обеспечивают повышение точности оценки направления прихода излучения в условиях сложной временно-частотной структуры.

1. Метод *Delay-and-Sum Beamforming* (формирования луча с задержкой и суммированием), или *True-Delay Beamforming* (формирование луча с истинной задержкой).

Метод *DASB* применяется для формирования диаграммы направленности антенной решетки в условиях широкополосного излучения. Сам по себе это не метод сверхразрешения, однако он является основанием для более сложных схем сверхразрешения. Данный подход опирается на точное выравнивание временных задержек каждого элементарного канала относительно заданного направления прихода [13]. Такое выравнивание обеспечивает когерентное суммирование амплитудных копий сигнала по всем элементам, независимо от его спектральной ширины, тем самым сохраняя энергетический выигрыш решетки без искажения временно-частотной структуры наблюдений [14].

Практическая реализация метода сводится к двум операциям: сначала для каждого элемента рассчитывается требуемая задержка, исходя из геометрии решетки и предполагаемого угла прихода, затем отсчеты каналов сдвигаются во времени на вычисленные величины и суммируются с заданными весами. Полученная суммарная последовательность характеризуется максимальной мощностью, когда истинное направление источника совпадает с предполагаемым, и подавляется в остальных угловых областях. Таким образом, *DASB* создает

частотно-инвариантный пространственный фильтр, являясь базовой техникой, на основе которой строятся более сложные широкополосные схемы сверхразрешения и адаптивного подавления помех [14-16].

Преобразуем выражение (6), выразив его через задержки, получим (10). Допустим, устройство на каждом i-ом элементе наблюдает один сигнал, приходящий с задержкой τ, приходящий с направления θ_0, плюс шум.

$$s_i(t_n) = x\big(t_n - \tau_i(\theta_0)\big) + \eta_i(t_n) \tag{10}$$

Для формирования луча в направлении θ_0 каждый канал задерживается на величину $\tau_i(\theta_0)$ и масштабируется вещественным весом w_i, например, равным *1/I* – для нормирования на число каналов. Выходит выражение (11).

$$y(t_n, \theta) = \sum_{i=1}^{I} w_i \cdot s_i\big(t_n + \tau_i(\theta)\big) = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} s_i\big(t_n + \tau_i(\theta)\big) \tag{11}$$

Когда θ стремится к θ_0, временные сдвиги сигнала полностью компенсируются, и амплитуды суммируются когерентно. Из-за этого $y(t_n, \theta)$ значительно вырастает. После этого, определяется угловая мощность, как временное среднее квадрата модуля выходного сигнала $y(t_n, \theta)$ (12).

$$P(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} |y(t_n, \theta)|^2 \tag{12}$$

Представленная последовательность действий характеризует метод *DASB* для произвольного широкополосного сигнала и служит базой для анализа диаграмм, уровней боковых лепестков и помеховой устойчивости. Однако метод *DASB* можно реализовать и в частотной области.

Аналогично выражению (9), задержка $\tau_i(\theta_0)$ в частотной области представлена как линейный фазовый поворот $e^{+j*2\pi f*\tau_i(\theta_0)}$. Следовательно, *DASB* можно реализовать отдельно в каждом бине f_m, а затем, суммировать результаты. Сигналы $s_i(t_n)$ идут по i-тым каналам. Для каждого канала выбираются пересекающиеся блоки отсчетов. Выполняется преобразование Фурье (можно использовать оптимизированные алгоритмы – быстрое преобразование Фурье, БПФ) (13).

$$\begin{gathered} S_i(f_m) = F\{s_i(t_n)\} \\ Y_i(f_m) = S_i(f_m) \cdot a_i(\theta_0, f_m) + \eta_i(f_m) \end{gathered} \tag{13}$$

После преобразования Фурье выбирается один поддиапазон со всех каналов, в него вносится фазовая добавка. Затем получившиеся значения спектра со всех каналов, суммируются нужными весами (14). Такой прием особенно подходит для широкополосных сигналов, поскольку одинаково работает во всем диапазоне частот и не требует явной временной компенсации задержек между каналами:

$$Y(\theta, f_m) = \sum_{i=1}^{I} w_i \cdot S_i(f_m) \cdot a(\theta, f_m) = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} S_i(f_m) \cdot a(\theta, f_m) \tag{14}$$

После этого вычисляется угловая мощность, по аналогии с (12) получаем выражение (15). Где пределы суммирования ограничивают полезную полосу сигнала, чтобы не интегрировать шум. В случае необходимости можно внести в

(15) дополнительные поправочные коэффициенты, например, для нормировки или компенсации формы АЧХ. А именно: вычисление *P(θ)* в частотном *DASB* сводится к суммированию квадратов модулей спектральных выходов по всем частотным поддиапазонам с последующей нормировкой.

$$P(\theta) = \frac{1}{M}\sum_{m=f_{min}}^{f_{max}} |Y(\theta, f_m)|^2 \qquad (15)$$

Примеры результатов вычисления этих методов представлены на рис. 3. На вход модели поступают два широкополосных сигнала под углом 10 и 30 градусов. Количество элементов решетки 10 штук, ОСШ 10 дБ, длина выборки 100 отсчетов. И в дальнейшем параметры моделирования будут аналогичны, за исключением ОСШ 0 дБ.

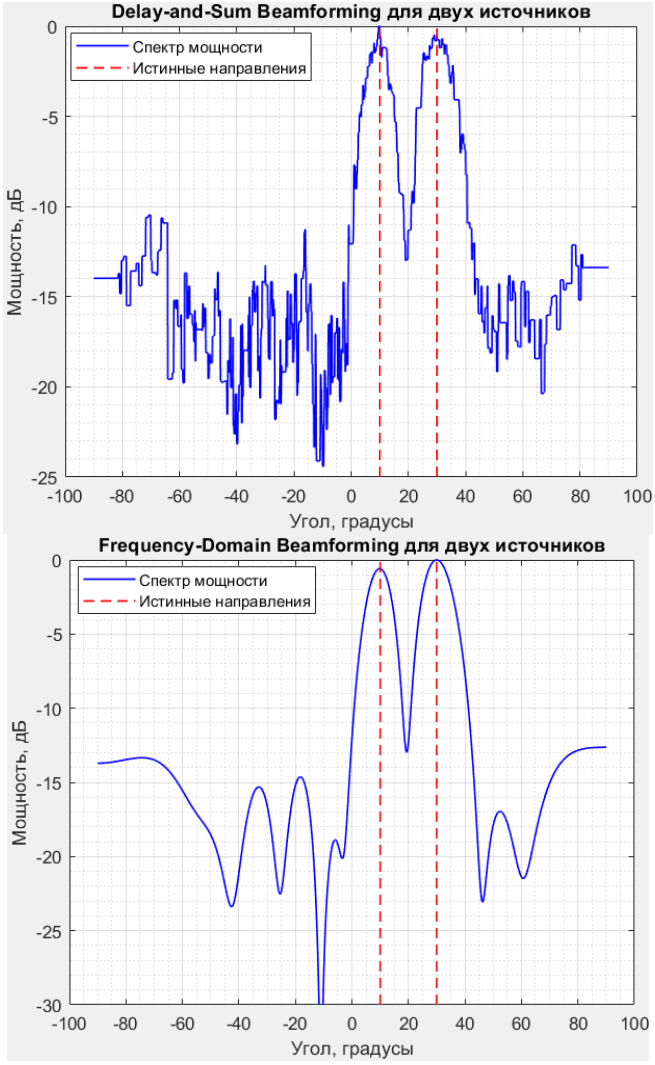


Рисунок 3

На рис. 3 можно заметить, что частотный метод *DASB* более гладкий угловой спектр. Во временной реализации спектр выглядит кусочно-ломанной функцией из-за конечного объема усреднения и ошибок аппроксимации дробных задержек. В обоих случаях пики корректно совпадают с истинными направлениями; структура главного лепестка и нулей соответствует фактору решетки: где локальные минимумы и максимумы.

Преимуществом двух подходов метода *DASB* является простота реализации, устойчивость к шумам благодаря усреднениям по каналам, можно использовать оптимизированные алгоритмы, например преобразования Фурье, и корректировать веса элементов антенны для улучшения подавления помех. Однако недостатком будет низкое угловое разрешение, равное ширине ДН, ограниченные возможности подавления помех без адаптивных весов; чувствительность к рассогласованию амплитуд/фаз и межканальной синхронизации. Вычислительная нагрузка зависит от реализации: БПФ обычно выгоднее на длинных блоках, тогда как временная усложняется с длиной фильтра и числом проверяемых углов.

Хотя формирование луча с истинными задержками корректно работает в широкополосных условиях и обеспечивает частотно-инвариантный отклик, его угловое разрешение остается ограниченным шириной главного лепестка апертуры. Для достижения сверхразрешения в ШПС применяются методы, опирающиеся на анализ сигнально-шумовых подпространств и частотную фокусировку.

2. Метод *Coherent Signal Subspace Method* (метод подпространства когерентных сигналов, *CSSM*).

Прямое применение методов, использующих анализ сигнальных и шумовых подпространств, к широкополосным сигналам приводит к потере когерентности между частотными компонентами и, как следствие, к ухудшению сверхразрешающей способности. Чтобы восстановить согласованность, необходимо объединить сигнальные подпространства разных поддиапазонов частот в единое представление на общей (опорной) частоте [17].

Метод *CSSM* решает эту задачу посредством частотной фокусировки. Сначала спектр наблюдений разбивается на узкополосные поддиапазоны; для каждого оценивается ковариационная матрица и выделяется сигнальное подпространство. Далее для каждого поддиапазона вычисляется матрица фокусировки, приводящая векторы направленности к опорной частоте и тем самым выравнивающая фазовые набеги. Суммирование сфокусированных ковариаций аккумулирует информацию по всей полосе, после чего задача сводится к применению узкополосного метода подпространств (например, *MUSIC*) на опорной частоте [17-19].

Возвращаемся к выражениям (8) и (13). Это то, какой сигнал принимается системой. По каждому каналу i формируем временное окно $y_i(t_n)$, окна могут пересекаться. Переводим эти временные окна в спектры. В результате получаем величину $Y_i(f_m, t_n)$. В качестве сокращения записи, можно переписать как: $Y_i(m, n)$. Значение спектра в *i*-м канале, в *m*-м бине, в *n*-м временном окне. На этом этапе, если необходимо, можно провести компенсацию АЧХ каналов и выбелить шум.

Затем производится вычисление локальной ковариации по бинам (16).

$$R_{YY}(m) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} Y(m,n) \cdot Y^H(m,n) \qquad (16)$$

$$Y(m,n) \ni [Y_1(m,n), Y_2(m,n) \dots Y_I(m,n)]$$

где: $Y^H(m,n)$ – эрмитово сопряженная матрица; H – оператор эрмитова сопряжения, по каналам; N – количество окон, происходит нормировка. Операция (16) выполняется для вектора по каналам, фиксированного бина m и суммы по окнам *n*. В результате, $R_{YY}(m)$ имеет размерность $I \times I$.

После этого выделяются локальные подпространства через разложение $R_{YY}(m)$ (17).

$$R_{YY}(m) = E_s(m)\Lambda_s(m)E_s^H(m) + E_\eta(m)\Lambda_\eta(m)E_\eta^H(m) \quad (17)$$

где: $E(m)$ – собственные вектора сигнального (E_s) и шумового (E_η) подпространств бина *m;* Сигнальное подпространство имеет размерность $I \times K_m$. K_m – это эффективное число независимых источников/траекторий в бине m и $K_m \leq K$. $\Lambda_{s,\eta}$ – собственные значения сигнального и шумового подпространств. Крупнейшие значения Λ соответствуют вкладу сигнала, наименьшие вкладу шума.

Затем требуется построение матриц фокусировки T_m. Цель – привести сигнальные подпространства к опорной частоте f_0, чтобы после преобразования, направляющие векторы для возможных углов совпадали на опорной частоте [19, 11]. Строим фокусирующую матрицу для каждой частоты T_m удовлетворяющую условию (18).

$$T_m \cdot a(\theta, f_m) \approx a(\theta, f_0) \quad (18)$$

На практике T_m получают, решая задачу на конечной фиксированной сетке направлений углов θ_r. Векторы направленности складываются в матрицы направленности A_m для соответствующих частот m (19). И те же углы на опорной частоте A_0, аналогично (9).

$$A_m \ni [a(\theta_1, f_m), \dots a(\theta_r, f_m)];\ K \leq r \leq I \quad (19)$$
$$A_0 \ni [a(\theta_1, f_0), \dots a(\theta_r, f_0)]$$

Массивы $A_{m,0}$ имеют размерность $I \times r$. Матрица T_m должна минимизировать среднеквадратичное расхождение (20).

$$\min_{T_m} \|A_0 - T_m \cdot A_m\|_F^2 \quad (20)$$

где: $\|\cdot\|$ – это определение нормы по F – норма Фробениуса. Вычисляем T_m по выражению (21).

$$T_m = A_0 A_m^\dagger = A_0 \cdot (A_m^H \cdot A_m)^{-1} \cdot A_m^H \quad (21)$$

где: $A_m^\dagger$ преобразование, псевдообратная матрица по Мура–Пенроуза. Эта операция необходима, чтобы результатом (20) было минимально-нормовое решение задачи минимизации. В результате, T_m корректно проецирует вектор направленности с частоты f_m на f_0.

После получения T_m происходит фокусирование всех бинов и когерентное суммирование (22).

$$R_{CSSM} = \sum_{n=1}^{N} w_m \cdot T_m \cdot R_{YY}(m) \cdot {T_m}^H \quad (22)$$

где: веса w_m – включаются опционально по разным признакам. R_{CSSM} имеет размерность $I \times I$. В соответствии с ОСШ в бине или для нормировки. Затем уже R_{CSSM} разбивается на сигнальное и шумовое подпространства и по методу сверхразрешения *MUSIC* определяется пространственный спектр (23). Полученную R_{cssm} можно применять в качестве ковариационной матрицы для других методов сверхразрешения.

$$R_{CSSM} = E_s \Lambda_s E_s^H + E_\eta \Lambda_\eta E_\eta^H \quad (23)$$

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(f_0,\theta) \cdot E_\eta \cdot E_\eta^H \cdot a(f_0,\theta)}$$

Метод *CSSM* дает сверхразрешение для широкополосных сигналов, восстанавливая когерентность между частотами. Он гибок в фокусировке, аккумулирует информацию по всей полосе и позволяет взвешивать бины по ОСШ. Вместе с тем методу требуются узкие бины, хорошая калибровка массива и модель отклика; он чувствителен к ошибкам геометрии/АЧХ и к качеству набора углов при фокусировке, нуждается в достаточном числе отсчетов для устойчивых ковариаций и заметно тяжелее вычислительно из-за требуемых операций по каждому бину [20].

На рис. 4 представлен пространственный спектр, вычисленный по методу *CSSM*.

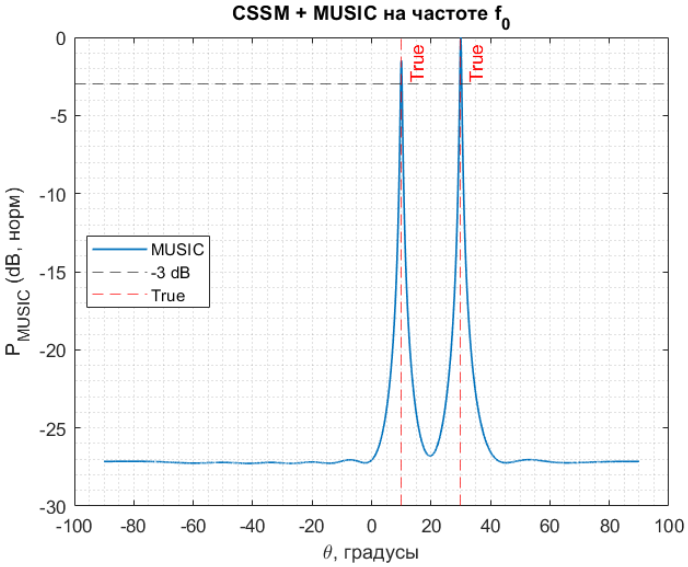
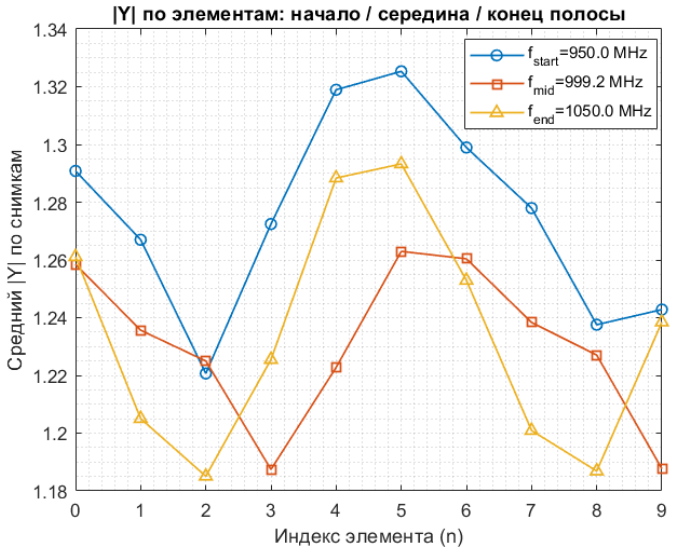


Рисунок 4

На рис. 5 представлены сечения массива принятого сигнала по осям: сигнал на элементах антенны на центральной частоте; средний модуль по выборке на элементах антенны, для ряда частот.



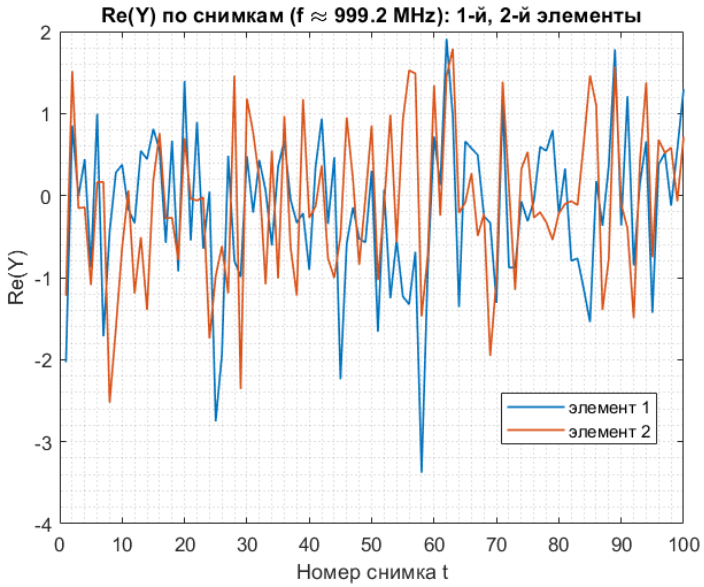


Рисунок 5

На сечении по элементам видно, что на некоторых участках сигналы почти синфазны, а на некоторых почти противофазны. Это связано со смешением двух широкополосных сигналов с разным фазовым сдвигом. Средний модуль по выборке на элементах при разных частотах имеет гармонический вид с незначительными колебаниями и постоянной составляющей амплитуды ≈1,25. Возможно, это связано с аддитивным сложением двух сигналов на элементах, не абсолютно равномерным спектром сигналов и влиянием шума.

3. Метод *Incoherent Signal Subspace Method* (простое усреднение подпространств, *ISSM*).

Метод *ISSM* – альтернатива методу *CSSM*: вместо частотной фокусировки он обрабатывает каждый частотный бин независимо. Для каждого f_m из локальной ковариационной матрицы $R_{YY}(m)$ вычисляют узкополосный пространственный спектр (обычно по методу *MUSIC*). Затем результаты взвешиваются (в частном случае усредняются) и получается итоговый пространственный спектр методом *ISSM*. Он хорошо работает для некогерентных источников и при умеренных расхождениях модели, но уступает *CSSM* по разрешению при когерентности/многолучевости [12, 20-22].

На этапе выражения (17) вычисляется *MUSIC* по каждому бину (24).

$$P_m(\theta) = \frac{1}{a^H(f_m,\theta)\cdot E_\eta \cdot E_\eta^H \cdot a(f_m,\theta)} \tag{24}$$

ISSM формирует итоговый пространственный спектр (25).

$$P_{ISSM}(\theta) = \sum_m^M w_m \cdot P_m(\theta) \tag{25}$$

$$\sum w_m = 1$$

На рис. 6 представлен результат работы метода *ISSM*.

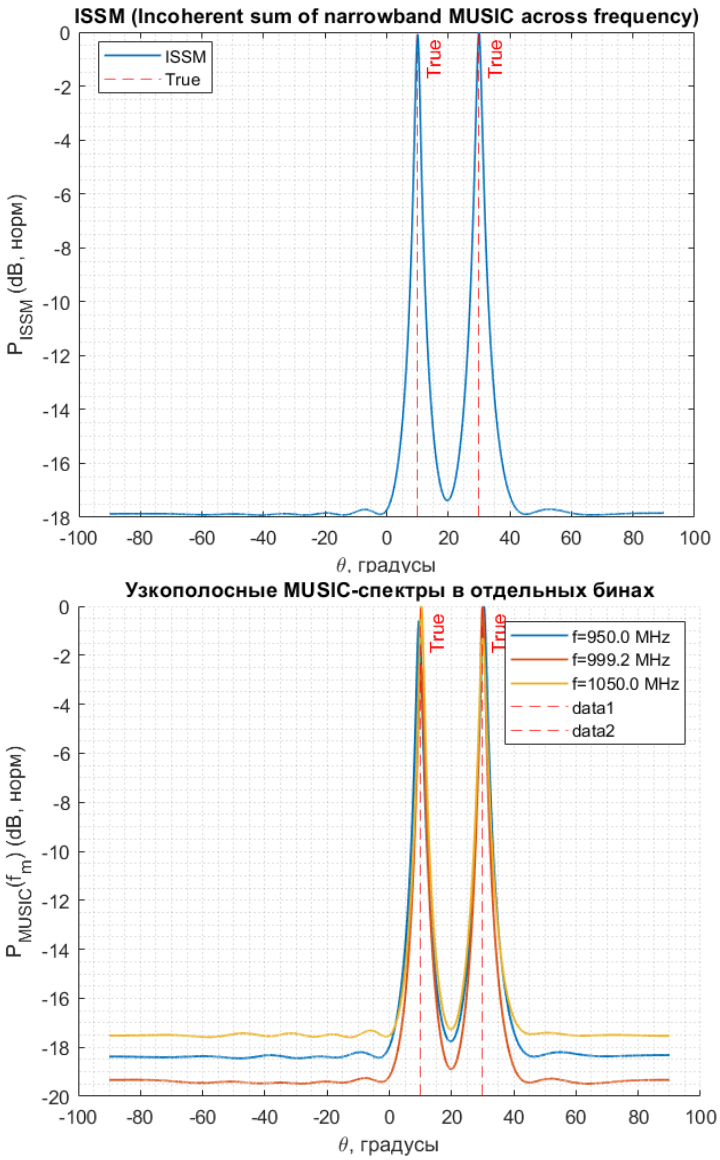


Рисунок 6

Метод *ISSM* показывает хорошее подавление с несигнальных направлений (боковых лепестков), но оно на 9 дБ хуже, чем результаты, представленные на рис. 4. Это объясняется конечным числом отсчетов выборки и частотной зависимостью ОСШ. И за счет усреднения по бинам итоговый *ISSM*-спектр на сигнальных углах однороднее, с пониженной дисперсией – дают согласованные максимумы. Также количество требуемых вычислений у *ISSM* – больше, чем у *CSSM*.

4. Метод *Wideband Minimum Variance Distortionless Response* (Широкополосный отклик с минимальной дисперсией и без искажений, *sub-band MVDR* с объединением весов / *Wideband MVDR* / *WB-Capon*).

Метод *WB-Capon* – это ШП вариант метода Кейпона. На каждом бине минимизируется выходная мощность проверяемого направления. В этом методе также проводится частотная фокусировка, как показано в выражении (18)-(22), и также происходит согласованное взвешивание статистик бинов, как показано в выражениях (24)-(25). А затем применяется метод узкополосного сверхразрешения Кейпона [23-25].

В методе *WB-Capon* также происходит фокусировка, как и в методе *CSSM*, поэтому до этапа выражения (22) происходят аналогичные операции. Однако в

этом случае веса w_m применяются не опционально, а явно. В итоге получается выражение (26).

$$R_{\text{WB}-\text{Capon}} = \sum_{n=1}^{N} w_m \cdot T_m \cdot R_{YY}(m) \cdot {T_m}^H \quad (26)$$

$$\sum w_m = 1$$

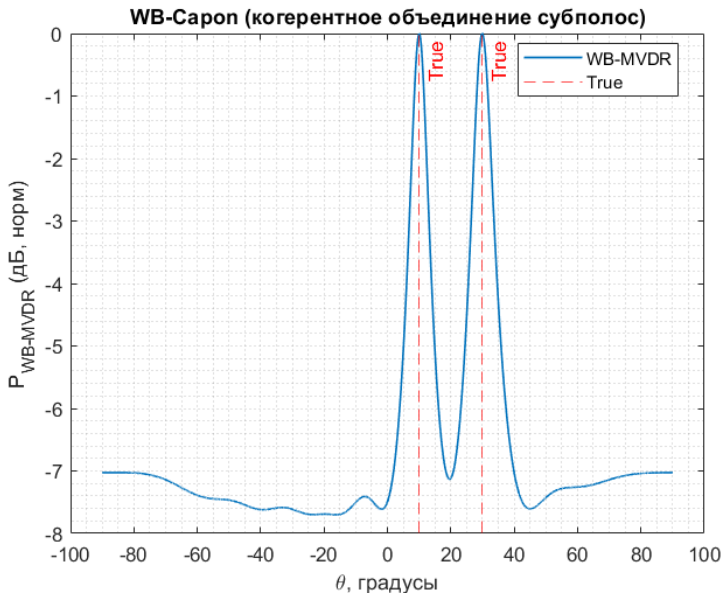
На фокусирующей частоте f_0 задается вектор направленности $a(f_0, \theta)$. Ищем общие (для всей полосы) веса, минимизирующие мощность на выходе сфокусированной системы (27).

$$\min_w w^H \cdot R_{\text{WB}-\text{Capon}} \cdot w \quad w^H \cdot a(f_0, \theta) = 1 \rightarrow w_{\text{WB}}(\theta) = \frac{R_{\text{WB}-\text{Capon}}^{-1} \cdot a(f_0,\theta)}{a^H(f_0,\theta) \cdot R_{\text{WB}-\text{Capon}}^{-1} \cdot a(f_0,\theta)} \quad (27)$$

Этот процесс эквивалентен объединению весов поддиапазонов. При необходимости, локальные веса $w_m(\theta)$ можно рассчитать для каждого бина, используя свои векторы направленности $a(f_m, \theta)$ и статистики $R_{YY}(m)$ вместо аналогичных переменных выражения (27). А затем можно также сфокусировать веса $w_{\text{WB}} = {T_m}^H w_m(\theta)$. Это может считаться альтернативным методом вычислений весов. И в завершении вычисляется пространственный спектр узкополосным методом (28).

$$P_{MVDR}(\theta) = \frac{1}{a^H(f_0,\theta) \cdot R_{\text{WB}-\text{Capon}}^{-1} \cdot a(f_0,\theta)} \quad (28)$$

На рис. 7 представлены результаты работы метода *WB-Capon*.



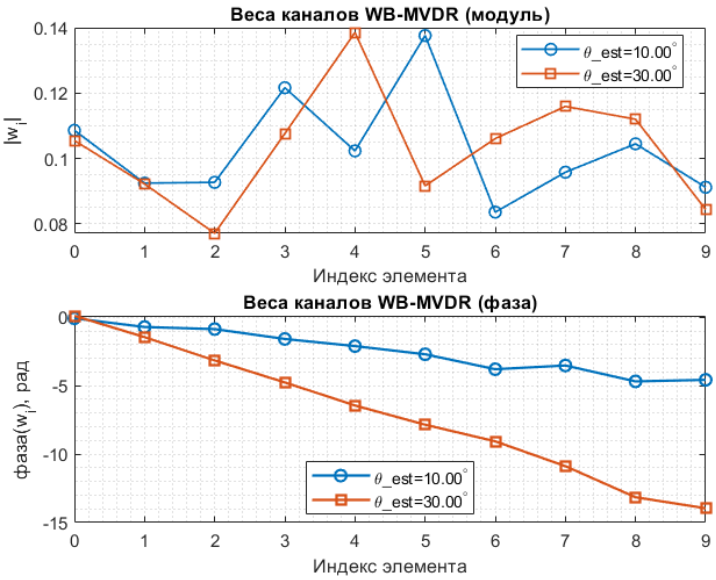


Рисунок 7

Боковые лепестки заметно подавлены и стабильны по всему сектору, однако, уступают по подавлению предыдущим методам. Фаза по элементам почти линейна, и наклон у набора для 30° заметно больше, чем для 10° (пропорционально $sin(\theta)$), что подтверждает согласование луча с плоской волной на опорной частоте. Модуль весов неравномерен: *MVDR* адаптирует амплитуды, чтобы подавить помехи/шум и снизить боковые лепестки при сохранении единичного усиления в проверяемом направлении. Это эффект конечного числа отсчетов и неоптимальной работы со статистикой. По количеству вычислений сравним с *CSSM*.

Заключение

В данной статье рассмотрели задачу пеленгации широкополосных источников измерительных РТС, показали ограничения обычных методов пеленгации и сформулировали модель прихода сигнала с межэлементными задержками, из-за которых узкополосный направляющий вектор становится частотно-зависимым и требует дробления полосы спектра на бины. Было введено понятие бина, описано формирование локальных ковариаций по бинам и подчеркнули необходимость согласованного объединения частотных составляющих.

Экспериментально реализовали и сравнили четыре подхода. Первый – *DASB* по времени и частоте – корректно локализует направления прихода сигнала. Временная версия не требовательна к вычислениям из-за дискретного времени, пространственный спектр получился ломаной функцией. Частотная версия дает более гладкий спектр. Но разрешение ограничено шириной главного лепестка, а подавление помех без адаптации – умеренное, на уровне -12 дБ между пиками и в несигнальных направлениях – на уровне -15 дБ.

CSSM выполняет частотную фокусировку, когерентно суммирует сфокусированные ковариации и применяет узкополосный *MUSIC* на опорной частоте. Метод показал наилучшее подавление в несигнальных направлениях и между пиками пространственного спектра -26 дБ. Но требует значительное увеличение вычислительных затрат по сравнению с методами *DASB*.

ISSM строит узкополосный *MUSIC* в каждом бине и усредняет пространственный спектр; он прост, устойчив и дает гладкий итоговый спектр. У метода *ISSM* подавление в несигнальных направлениях примерно -17 дБ, т.е. он

уступает *CSSM*. А также, чуть хуже разрешение, так как происходит усреднение по зашумленной статистике. Но при этом, пики пространственного спектра стремятся к максимальным значениям, что упрощает пеленгацию. *ISSM* требует еще больше вычислительных ресурсов из-за углового сканирования в каждом бине.

Метод *WB-Capon* с когерентным объединением бинов формирует один пространственный спектр на опорной частоте. Получена точная пеленгация, и вместе с вычислением параметров весов на каналах оптимизируется два действия. Однако метод уступает всем в подавлении пространственного спектра в несигнальных направлениях на уровне -8 дБ. Но и узкополосная версия не отличалась высокой устойчивостью к помехам. Вычислительные затраты на уровне метода *ISSM*.

Эти методы особенно полезны в радиомониторинге, РЛС и навигации, где широкополосные сигналы, многолучевость и близкие цели требуют сверхразрешения без наращивания апертуры. В совокупности продемонстрированный инструментарий – от построения моделей и матриц фокусировки до свертки сфокусированных статистик и расчета спектров – обеспечивает корректную и воспроизводимую обработку широкополосных сцен и дает рекомендации по выбору алгоритма в зависимости от требований к разрешению, устойчивости и вычислительной сложности.

Литература

1. Никольский Б.А Основы радиотехнических систем [Электронный ресурс], [электрон, учебник]; Минобрнауки России, Самар, гос.аэрокосм, ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Самара, 2013.
2. Григорьев В.А. и др. Адаптивные антенные решетки. Учебное пособие в 2-ух частях. Часть 1.: В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, Щесняк А.С. Под общ. ред. В.А. Григорьева. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – С. 179.
3. Коптев В.А. Методы разрешения объектов и сигналов для применения в современных измерительных РТС // Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности, 2025. – Т. 10. –№ 3 (53). – С. 30-35.
4. Коптев В.А. Теоретические основы, области применения и характеристики методов сверхразрешения для измерительных радиотехнических систем // Экономика и качество систем связи, 2025. – № 2. – С. 63-79.
5. Сперанский В.С. Радиолокация, радиолокационные системы и устройства. – М.: Брис-М, 2011. – 257 с. 83 ил.
6. Лобова Е.О. Алгоритмы компенсации дисперсионных искажений широкополосных сигналов на базе банка цифровых фильтров: дис. канд. техн. наук: 05.12.04 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения» / Лобова Елизавета Олеговна; науч. рук. Д. С. Чиров; ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики». – Москва, 2021. – 189 с.
7. Строев А.К. Разработка и исследование методов и алгоритмов обработки сверхширокополосных радиолокационных сигналов, позволяющих компенсировать их искажения при прохождении через неоднородную ионосферу: дис. канд. физ.-мат. наук: 01.04.03 «Радиофизика». – 2019.
8. Мухранова Д.Н. Пространственно-временные сигналы и их статистическая обработка в присутствии активных помех в широкополосных системах с антенными решетками: дис. канд. техн. наук: 2.2.13 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения» / Мухранова Дарья Николаевна; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2022.

9. Буйлов Е.Н., Горшков С.А., Кондратенок В.А., Касперович М.М. Компенсация угловых и доплеровских искажений дискретных частотно-манипулированных сигналов с линейными частотно-модулированными дискретами в антенных решетках // Доклады БГУИР, 2015. – № 5 (91). – С. 67-72.
10. Габриэльян Д.Д., Звездина М.Ю., Безуглов Е.Д., Новиков А.Н. Оптимальный метод обработки сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке // Электротехнические и информационные комплексы и системы, 2011. – Т. 7. – № 4. – С. 19-23.
11. Feng Z., Liao H., Gan L., Yang D., Hu R. Wideband DOA Estimation Based on the Principal Angle between Subspaces // Progress In Electromagnetics Research Letters, 2018. – Vol. 78. – P. 23-29.
12. Zhao Y., Liu J., Wang J., Dong S. A joint sparse Bayesian learning for wideband DOA estimation // Proc. SPIE 13283: Spectral Technology and Applications. – Bellingham, WA: SPIE, 2024. – Art. 1328352. – 13 p.
13. Perrot V., Polichetti M., Varray F., Garcia D. So you think you can DAS? A viewpoint on delay-and-sum beamforming: 2007. 2020.
14. Gfai tech GmbH. Delay-and-Sum Beamforming in the Time Domain // Gfai Tech: Knowledge – Frequently Asked Questions. – Berlin: gfai tech GmbH, [б. г.]. – URL: https://www.gfaitech.com/knowledge/faq/delay-and-sum-beamforming-in-the-time-domain (дата обращения: 10.6.2025).
15. Azghani R.B. Staszewski and J. Long, A Reconfigurable Spatial Filter for Sub-Wavelength Acoustic Imaging, in IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2017. – vol. 64. – no. 12. – pp. 1475-1479.
16. Van Veen B. D. and Buckley K. M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering, in IEEE ASSP Magazine, 1988, – vol. 5. – no. 2. – pp. 4-24.
17. Xu W., Chen B., Hu Y., Li J. A Novel Wide-Band Directional MUSIC Algorithm Using the Strength Proportion // Sensors, 2023. – Vol. 23. – No. 9. – Art. 4562.
18. Tang Y., Deng W., Li J., Zhang X. Direction of Arrival Estimation of Coherent Wideband Sources Using Nested Array // Sensors, 2023. – Vol. 23. – No. 15. – Art. 6984.
19. Ma F., Zhang X. Wideband DOA Estimation Based on Focusing Signal Subspace // Signal, Image and Video Processing, 2019. – Vol. 13. – P. 675-682.
20. Bai Y., Li J., Wu Y., Wang Q., Zhang X. Weighted Incoherent Signal Subspace Method for DOA Estimation on Wideband Colored Signals // IEEE Access, 2019. – Vol. 7. – P. 1224-1233.
21. Liu Z.-Q., Ma H.-G., Yang J. Wideband DOA Estimation Algorithm Based on Signal Subspace Rebuilding // Proceedings of the International Conference on Communication and Electronic Information Engineering (CEIE 2016). – Atlantis Press, 2016. – P. 596-602.
22. Ahmad Z., Song Y., Du Q. Wideband DOA Estimation Based on Incoherent Signal Subspace Method // COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2018. – Vol. 37. – No. 3. – P. 1271-1289.
23. Guan X., Zmuda H., Li J., Du L., Sheplak M. Hardware Implementation of Wideband Time Domain Robust Capon Beamforming // Proceedings of the 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI) and USNC/URSI National Radio Science Meeting. – Piscataway, NJ: IEEE, 2011. – P. 2849-2852.
24. Petrov N., Le Chevalier F. Capon Post-Processing for Wideband Target Detection // Proceedings – 2014 International Radar Conference. – Piscataway, NJ: IEEE, 2014. – P. 1-6.
25. Kozick R.J., Coviello C.M. Wideband Capon beamforming with pre-steering // Proceedings of the 50th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers

(ACSSC 2016), Pacific Grove, CA, USA, 6-9 Nov. 2016. – Piscataway, NJ: IEEE, 2016. – P. 338-342.